

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства
та природокористування
Кафедра автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-
інтегрованих технологій

04-03-297М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять з навчальної дисципліни
«Теоретичні основи електротехніки»
(розділ «Лінійні кола гармонічного струму»)
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за
освітньо-професійними програмами «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» та «Smart-енергетика та
електромобільність» спеціальності 141 «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» усіх форм навчання

Рекомендовано науково-методичною
радою з якості ННІАКОТ
Протокол № 2 від 13.11.2020 р.

Рівне – 2020

Методичні вказівки до практичних занять з навчальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (розділ «Лінійні кола гармонічного струму») для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійними програмами «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та «Smart-енергетика та електромобільність» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» усіх форм навчання [Електронне видання] / Рудик А. В., Кулик Н. І. – Рівне : НУВГП, 2020. – 68 с.

Укладачі: Рудик А. В., доктор технічних наук, професор кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій НУВГП;

Кулик Н. І., кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій НУВГП.

Відповідальний за випуск: Древецький В. В., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій.

Керівник освітньої програми
«Електроенергетика, електротехніка
та електромеханіка»

Василець С. В.

Керівник освітньої програми
«Smart-енергетика та
Електромобільність»

Давиденко В. А.

© Рудик А. В., Кулик Н. І., 2020

© Національний університет
водного господарства
та природокористування, 2020

ЗМІСТ

Вступ.....	4
<i>Практичне заняття №1. Розрахунок лінійних електричних кіл змінного струму.....</i>	<i>5</i>
<i>Практичне заняття №2. Розрахунок параметрів чотириполюсника.....</i>	<i>20</i>
<i>Практичне заняття №3. Розрахунок резонансних явищ в колах синусоїдального струму.....</i>	<i>34</i>
<i>Практичне заняття №4. Розрахунок частотних та часових характеристик електричних кіл.....</i>	<i>49</i>
Перелік літератури.....	67

ВСТУП

Дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» відноситься до дисциплін фундаментальної підготовки.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» є формування у здобувачів вищої освіти спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» сучасного рівня знань, умінь і навичок з електротехніки як наукової основи сучасного електротехнічного обладнання, сучасного рівня знань про методи аналізу і синтезу лінійних та нелінійних електричних і магнітних кіл постійного та змінного струму, принципи побудови сучасних електротехнічних систем та ліній електропередачі [9-11].

Вивчення теоретичних основ електротехніки є однією з важливих складових у підготовці фахівців з електроенергетики, електротехніки та електромеханіки. Дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» покликана допомогти у підготовці фахівців з електроенергетики для різних галузей сучасної промисловості. Під час вивчення даної дисципліни здобувачі вищої освіти набудуть знання, які допоможуть застосовувати сучасні розробки в галузі проектування електричних мереж та електротехнічного обладнання, що застосовуються в промисловій сфері України [9, 10].

Дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» носить важливий характер при набутті здобувачами вищої освіти знань та навичок аналізу і синтезу електричних та магнітних кіл. Вміння використовувати сучасні методи аналізу електричних і магнітних кіл допоможе у формуванні повноцінних фахівців для різних галузей сучасної промисловості України.

Міждисциплінарні зв'язки: дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» є складовою частиною циклу загальної підготовки для студентів спеціальності «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Вивчення дисципліни передбачає наявність систематичних та ґрунтовних знань із суміжних курсів – «Вища математика», «Інформатика та комп'ютерна техніка», «Основи метрології та електричних вимірювань», «Фізика», а також цілеспрямованої роботи над вивченням спеціальної літератури, активної роботи на лекціях, лабораторних та практичних заняттях, самостійної роботи та виконання поставлених завдань [11].

Вимоги до знань та умінь визначаються галузевими стандартами вищої освіти України [9, 10].

Практичне заняття №1

Тема: «Розрахунок лінійних електричних кіл змінного струму».

Мета роботи: Навчитися проводити розрахунок лінійних електричних кіл змінного струму (повного опору кола, струмів та напруг на елементах кола, складати баланс потужностей).

1. Теоретичні відомості

1.1. Опір і провідність в колах синусоїдального струму

В колах змінного струму, на відміну від кіл постійного, не можна нехтувати наявністю конденсаторів і котушок індуктивності. Модуль реактивного опору конденсатора з ємністю C для синусоїдального струму становить $X_C = \frac{1}{\omega C}$, де ω – циклічна частота струму. Модуль реактивного опору котушки з індуктивністю L для синусоїдального струму з частотою ω становить $X_L = \omega L$. Отже, реактивні опори конденсатора і котушки індуктивності залежать від частоти, на відміну від активного опору R ідеального резистора, який від частоти не залежить. Легко переконатись, що при $\omega = 0$ (постійний струм) $X_L = 0$, $X_C \rightarrow \infty$.

На відміну від активного опору резистора R , на якому електрична енергія безповоротно перетворюється в теплову енергію і назад в коло не повертається, на реактивних елементах енергія запасається протягом частини періоду і повертається в коло протягом іншої. Реактивні опори мають ще одну відмінність від активних. Якщо фаза напруги на резисторі збігається з фазою струму, то на котушці індуктивності вона випереджає фазу струму на 90° , а на конденсаторі – відстає від неї на 90° .

Властивості активних і реактивних складових опору реальних двополюсників зручно описувати математично, якщо опір активних елементів вважати дійсною, а реактивних – уявною складовими повного або комплексного опору.

Комплексний опір Z на комплексній площині представляють як гіпотенузу трикутника, один з катетів якого – активна R , а інший – реактивна складові. Гіпотенуза трикутника утворює з віссю $+1$ кут $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$, який визначає кут зсуву фаз між напругою на двополюснику і струмом, що протікає через двополюсник [1].

Комплексна провідність Y – величина, обернена до комплексного опору Z :

$$Y = Z^{-1} = \frac{1}{Ze^{i\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-i\varphi}.$$

Зокрема, якщо $Z = R + iX$, то провідність

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{R + iX} = \frac{R - iX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - i \frac{X}{R^2 + X^2} = \\ &= G - iB = \sqrt{G^2 + B^2} e^{i \cdot \arctg \frac{-B}{G}}. \end{aligned}$$

Трикутник провідностей на комплексній площині будують, відкладаючи величину G на осі дійсних, а B – на осі уявних чисел.

Легко бачити, що перехід від алгебраїчної форми представлення комплексного числа до показникової здійснюється так само, як і перехід від представлення вектора в декартовій системі координат до представлення в полярній системі координат, і навпаки.

При паралельному і послідовному сполученні елементів в колах синусоїдального струму для визначення комплексів загального опору і провідності користуються простими правилами: 1) комплексний опір двополюсника при послідовному сполученні його елементів дорівнює алгебраїчній сумі комплексних опорів елементів;

2) комплексна провідність паралельно сполучених елементів дорівнює алгебраїчній сумі комплексних провідностей окремих елементів [2]:

$$Z_{\text{осл}} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n = \sum_{k=1}^n Z_k;$$

$$Y_{\text{пар}} = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = \sum_{k=1}^n Y_k.$$

Як і в колах постійного струму, в колах синусоїдального струму можливі перетворення сполучень трикутник-зірка за формулами, аналогічними формулам для кіл постійного струму (але замість значень R треба підставляти значення відповідних комплексних опорів Z).

1.2. Зображення синусоїдально змінних величин на комплексній площині

Синусоїдально змінна величина, наприклад, струм

$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, може бути представлена як проекція вектора довжиною I_m , що обертається навколо початку координат з кутовою швидкістю ω , на вісь $+i$ (рис. 1.1).

З цього випливає, що синусоїдально змінному струму можна поставити у відповідність уявну частину комплексу \dot{I}_m :

$$i(t) = \text{Im } \dot{I}_m = \text{Im } I_m e^{i(\omega t + \varphi)} = I_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Тому що на комплексній площині прийнято зображати вектори синусоїдально змінних величин в момент часу $t = 0$, комплекс такої величини, наприклад, комплексна амплітуда струму \dot{I}_m , має вигляд

$$\dot{I}_m = I_m e^{i\varphi},$$

де I_m – модуль комплексу; φ – кут, під яким вектор \dot{I}_m проведений відносно осі $+1$ комплексної площини.

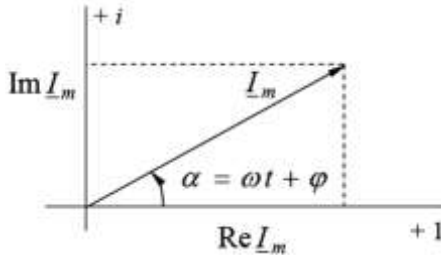


Рис. 1.1. Зображення вектора на комплексній площині

У такий самий спосіб можуть бути представлені й інші синусоїдально змінні величини – напруги і ЕРС, а також їх діючі значення [3].

1.3. Символічний метод розрахунку кіл синусоїдального струму

Закони Ома та Кірхгофа справедливі як для миттєвих значень струмів і напруг, так і для комплексів амплітудних і діючих значень цих величин.

Формально постійні струми, напруги і ЕРС можна розглядати як синусоїдально змінні з частотою $\omega = 0$. Тому всі методи, які використовуються для розрахунку кіл постійного струму, можна застосовувати і при розрахунку кіл синусоїдального струму.

З врахуванням того, що опори, струми, напруги і ЕРС можна представити у вигляді комплексів (символів), такий спосіб предста-

влення вищезгаданих величин називають символічним методом. Символічний метод дозволяє від системи інтегродиференціальних рівнянь для миттєвих значень перейти до системи алгебраїчних для комплексів струмів, напруг та ЕРС, що значно спрощує розрахунки.

1.4. Потужність в колах синусоїдального струму. Баланс потужностей.

У зв'язку з тим, що опори в колах синусоїдального струму мають як активну, так і реактивну складові, потужність в таких колах теж має комплексний характер.

Комплекс повної потужності будь-якого двополюсника визначається як

$$\tilde{S} = \dot{U} I^*,$$

де \dot{U} – комплекс напруги на двополюснику; I^* – спряжений комплекс струму через двополюсник.

Дійсна частина \tilde{S} дорівнює активній P , а уявна – реактивній Q складовій повної потужності \tilde{S} [4]:

$$\tilde{S} = P + iQ; \quad |\tilde{S}| = UI = S, \text{ ВА};$$

$$\operatorname{Re} \tilde{S} = \operatorname{Re}(\dot{U} I^*) = UI \cos \varphi = P, \text{ Вт};$$

$$\operatorname{Im} \tilde{S} = \operatorname{Im}(\dot{U} I^*) = UI \sin \varphi = Q, \text{ ВАр}.$$

При передачі електроенергії від генератора синусоїдальної ЕРС з внутрішнім опором $\underline{Z}_\Gamma = R_\Gamma + iX_\Gamma$ до навантаження з опором $\underline{Z}_H = R_H + iX_H$ на останньому буде виділятися максимальна активна потужність P при виконанні двох умов:

$$R_\Gamma = R_H; \quad iX_\Gamma + iX_H = 0.$$

Перша умова аналогічна умові передачі максимальної потужності в колах постійного струму; друга означає необхідність резонансного режиму роботи кола, при якому реактивна складова опору і кут зсуву фаз дорівнюють нулю.

Відповідно до закону збереження і перетворення енергії в електричних колах мають виконуватись баланси як активної, так і реактивної енергії та відповідних їм потужностей.

Теорему про баланс потужності в лінійних колах синусоїдального струму можна сформулювати так. Сума комплексів повних потужностей, що діють на всіх приймачах кола, дорівнює сумі ком-

плексів повних потужностей всіх джерел кола:

$$\sum \tilde{S} = \sum \tilde{S}_{дж}$$

Зазвичай цю теорему застосовують окремо для активних і окремо для реактивних складових повних потужностей:

- сума активних потужностей всіх приймачів кола дорівнює алгебраїчній сумі активних потужностей, які розвиваються всіма джерелами кола:

$$\sum I_k^2 R_k = \sum P_{дж.k} = \operatorname{Re} \left\{ \sum \dot{E}_k I_k^* + \sum \dot{U}_{ab.k} J_k^* \right\};$$

- сума реактивних потужностей всіх приймачів кола дорівнює сумі реактивних потужностей всіх джерел кола [5]:

$$\sum I_k^2 X_k = \sum Q_{дж.k} = \operatorname{Im} \left\{ \sum \dot{E}_k I_k^* + \sum \dot{U}_{ab.k} J_k^* \right\},$$

де \dot{E}_k , \dot{J}_k – комплекси діючих значень ЕРС та струмів у вітці k кола; $\dot{U}_{ab.k}$ – комплекс діючого значення напруги між точками кола, до яких приєднується джерело J_k ; R_k , X_k – відповідно активний і реактивний опори k -ої вітки кола.

2. Завдання та приклади розв'язання

Для заданого електричного кола необхідно:

- розрахувати його загальний опір на заданій частоті;
- визначити спади напруг на елементах кола та струми, що через них протікають;
- скласти баланс потужностей.

Розрахункові схеми наведені на рис. 1.2, а індивідуальні значення параметрів схем відповідно до варіанту – в таблиці 1.1.

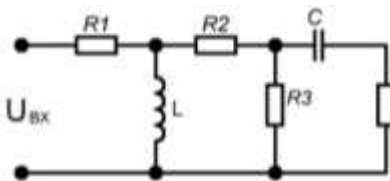


Схема 01

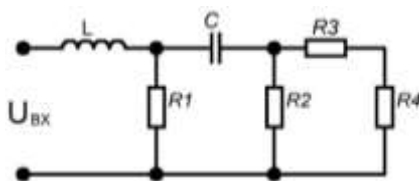


Схема 02

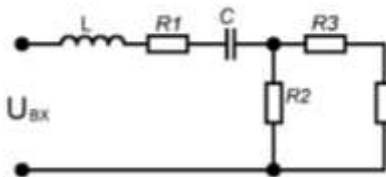


Схема 03

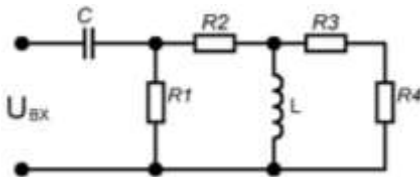


Схема 04

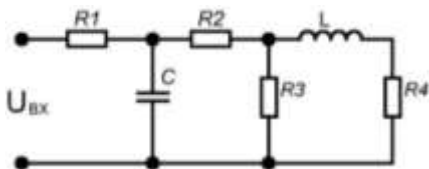


Схема 05

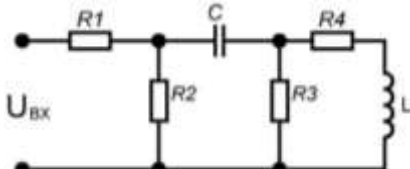


Схема 06

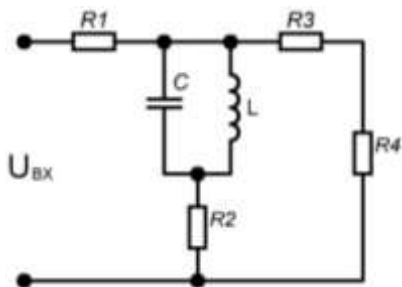


Схема 07

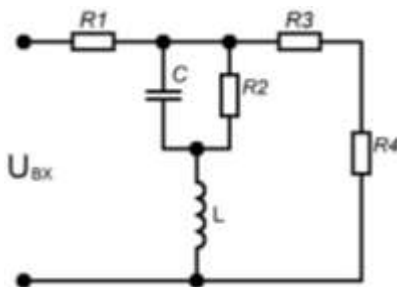


Схема 08

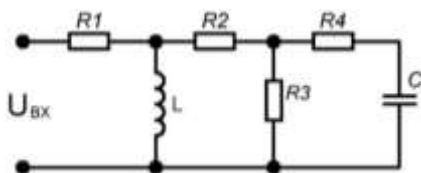


Схема 09

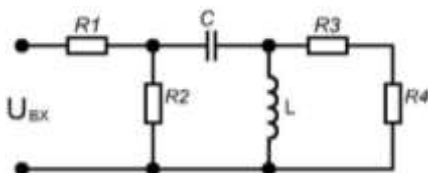


Схема 10

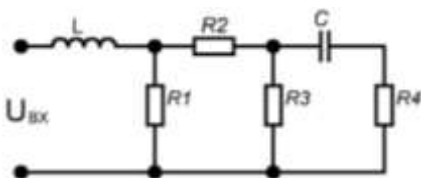


Схема 11

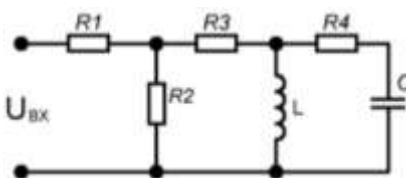


Схема 12

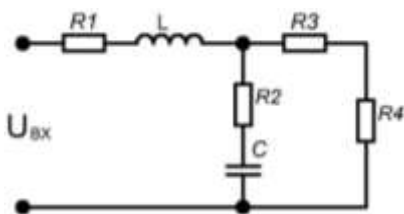


Схема 13

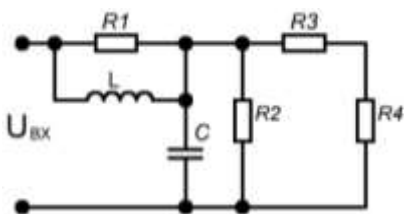


Схема 14

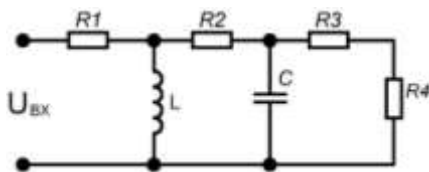


Схема 15

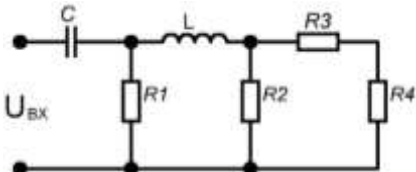


Схема 16

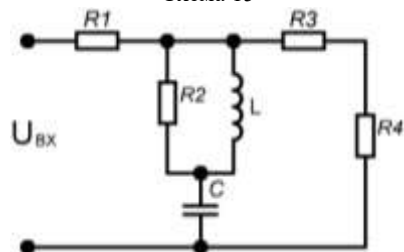


Схема 17

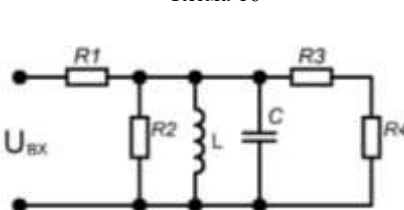


Схема 18

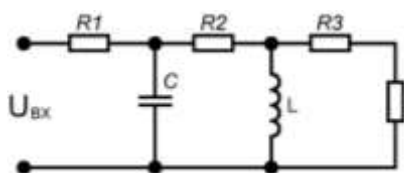


Схема 19

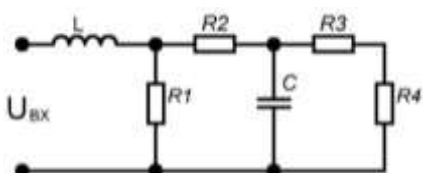


Схема 20

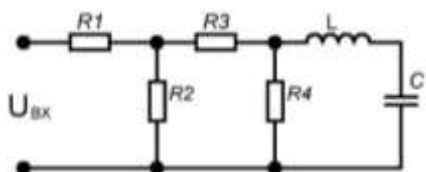


Схема 21

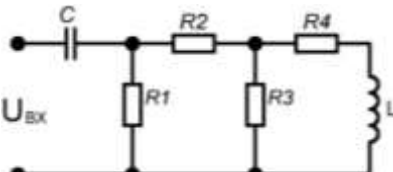


Схема 22

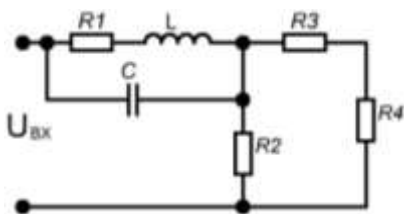


Схема 23

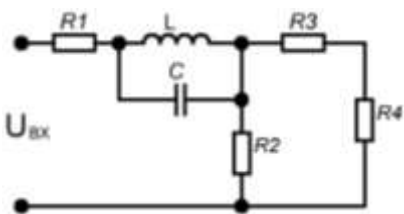


Схема 24

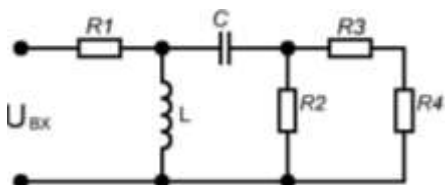


Схема 25

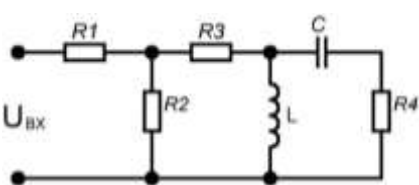


Схема 26

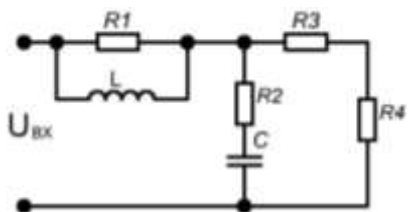


Схема 27

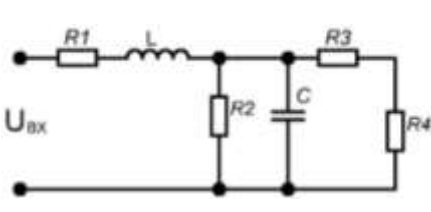


Схема 28

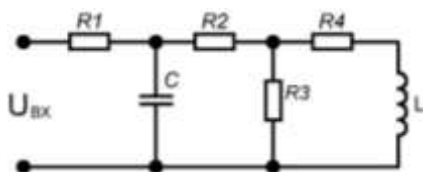


Схема 29

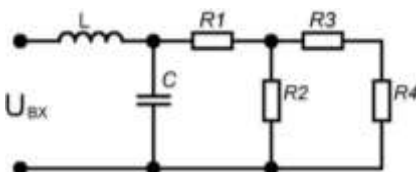


Схема 30

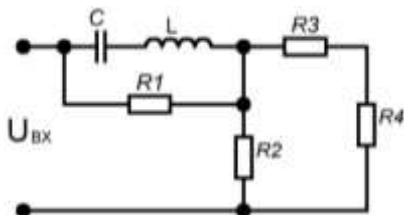


Схема 31

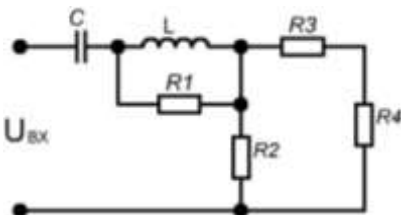


Схема 32

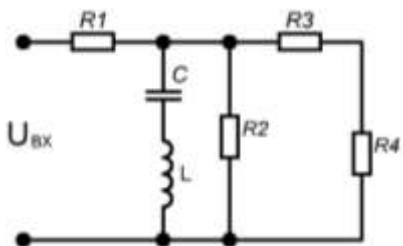


Схема 33

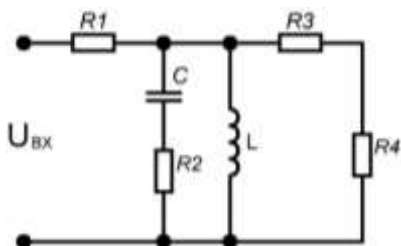


Схема 34

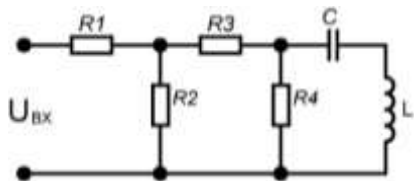


Схема 35

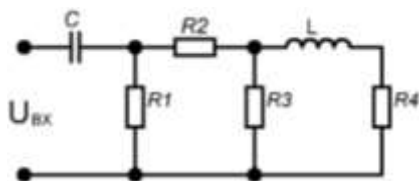


Схема 36

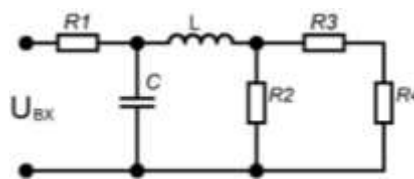


Схема 37

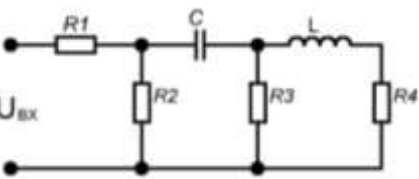


Схема 38

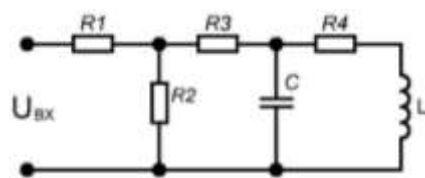


Схема 39

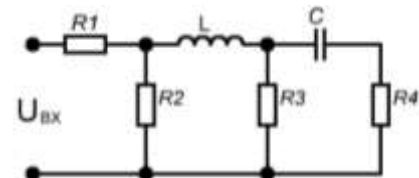


Схема 40

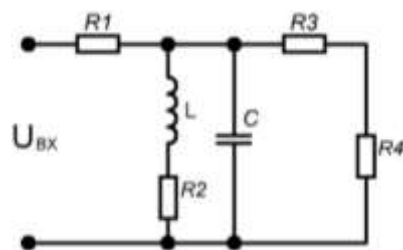


Схема 41

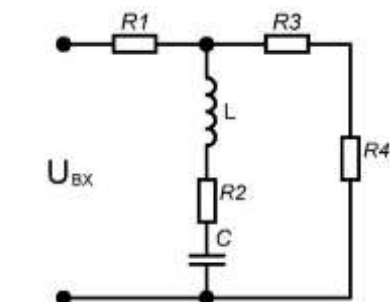


Схема 42

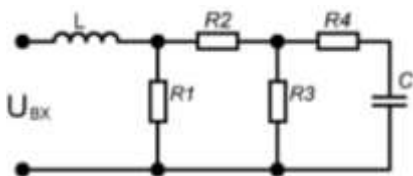


Схема 43

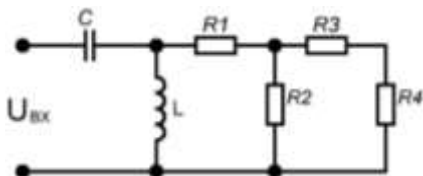


Схема 44

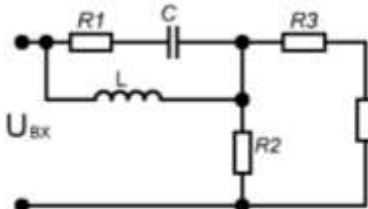


Схема 45

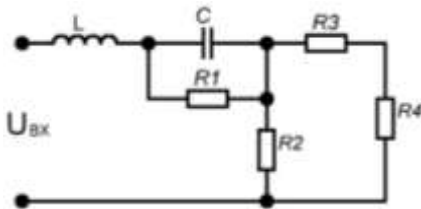


Схема 46

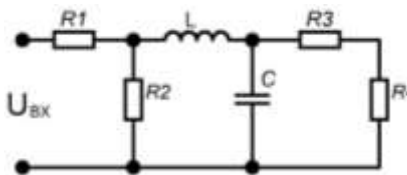


Схема 47

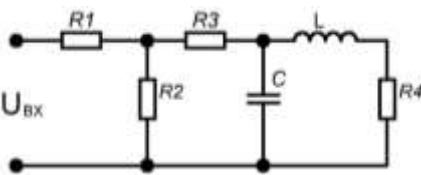


Схема 48

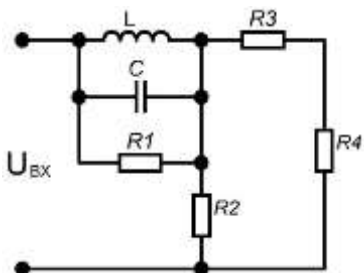


Схема 49

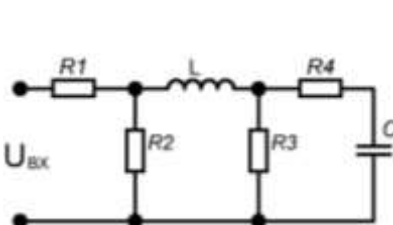


Схема 50

Рис. 1.2. Схеми електричних кіл відповідно до варіанту

Таблиця 1.1.

Індивідуальні значення параметрів до заняття 1

№ вар.	U_m , В	φ_{BX} , °	f , Гц	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	L , мГн	C , мкФ	Пара- метри
1	10	10	100	10	20	25	15	60	45	Y

2	12	20	110	12	22	30	20	55	50	Z
3	14	30	120	14	24	35	25	50	55	h
4	16	40	130	16	26	40	30	45	60	g
5	18	50	140	18	28	35	35	40	55	b
6	20	60	150	20	30	30	40	35	50	Y
7	22	70	160	22	32	25	35	30	45	Z
8	24	80	170	24	34	20	30	35	40	h
9	26	90	180	26	36	15	25	40	35	g
10	28	100	190	28	38	10	20	45	30	b
11	30	110	200	30	40	15	15	50	35	Y
12	28	120	190	32	38	20	10	55	40	Z
13	26	130	180	34	36	25	15	60	45	h
14	24	140	170	36	34	30	20	55	50	g
15	22	150	160	38	32	35	25	50	55	b
16	20	160	150	40	30	40	30	45	60	Y
17	18	170	140	38	28	35	35	40	55	Z
18	16	-10	130	36	26	30	40	35	50	h
19	14	-20	120	34	24	25	45	30	45	g
20	12	-30	110	32	22	20	50	35	40	b
21	10	-40	100	30	20	15	45	40	35	Y
22	12	-50	110	28	18	10	40	45	30	Z
23	14	-60	120	26	16	15	35	50	35	h
24	16	-70	130	24	14	20	30	55	40	g
25	18	-80	140	22	12	25	25	60	45	b
26	20	-90	150	20	10	30	20	55	50	Y
27	22	-100	160	18	12	35	15	50	55	Z
28	24	-110	170	16	14	40	10	45	60	h
29	26	-120	180	14	16	35	15	40	55	g
30	28	-130	190	12	18	30	20	35	50	b
31	30	-140	200	10	20	25	25	30	45	Y
32	28	-150	190	12	22	20	30	35	40	Z
33	26	-160	180	14	24	15	35	40	35	h
34	24	-170	170	16	26	10	40	45	30	g
35	22	190	160	18	28	15	45	50	35	b
36	20	200	150	20	30	20	50	55	40	Y
37	18	210	140	22	32	25	45	60	45	Z
38	16	220	130	24	34	30	40	55	50	h

39	14	230	120	26	36	35	35	50	55	g
40	12	240	110	28	38	40	30	45	60	b
41	10	250	100	30	40	35	25	40	55	Y
42	12	260	110	32	38	30	20	35	50	Z
43	14	270	120	34	36	25	15	30	45	h
44	16	280	130	36	34	20	10	35	40	g
45	18	290	140	38	32	15	15	40	35	b
46	20	300	150	40	30	10	20	45	30	Y
47	22	-190	160	38	28	15	25	50	35	Z
48	24	-200	170	36	26	20	30	55	40	h
49	26	-210	180	34	24	25	35	60	45	g
50	28	-220	190	32	22	30	40	55	50	b

Приклад розв'язання завдання 1. Для заданого електричного кола (рис. 1.3) необхідно:

- розрахувати його загальний опір на заданій частоті;
- визначити спади напруг на елементах кола та струми, що через них протікають;
- скласти баланс потужностей,

якщо амплітуда, частота та початкова фаза вхідної напруги відповідно 20 В, 120 Гц та 20° , а параметри елементів схеми мають такі значення: $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 35$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $L = 50$ мГн, $C = 40$ мкФ.

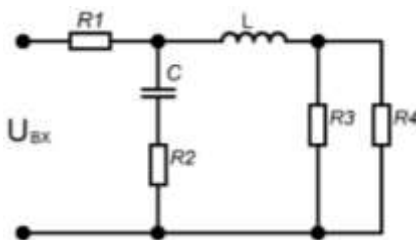


Рис. 1.3. Схема електричного кола для прикладу завдання 1

Розв'язок.

1. Розрахунок загального опору елементів кола

Спочатку розраховуємо опори реактивних елементів схеми:

$$\omega = 2\pi f = 6.28 \cdot 120 = 753.6 \text{ рад/с};$$

$$X_L = \omega L = 753.6 \cdot 0.05 = 37.68 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{753.6 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 33.174 \text{ Ом}.$$

Далі визначаємо опори віток та з'єднань декількох елементів:

$$Z_{R_3 R_4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{35 \cdot 40}{35 + 40} = 18.667 \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} Z_{CR_2} &= R_2 + Z_C = 30 - i33.174 = \sqrt{30^2 + 33.174^2} \cdot e^{-i \arctg \frac{33.174}{30}} = \\ &= 44.727 \cdot e^{-i47.9^\circ} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{LR_3 R_4} &= Z_{R_3 R_4} + Z_L = 18.667 + i37.68 = \sqrt{18.667^2 + 37.68^2} \cdot e^{i \arctg \frac{37.68}{18.667}} = \\ &= 42.05 \cdot e^{i63.6^\circ} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{CLR_2 R_3 R_4} &= \frac{Z_{LR_3 R_4} \cdot Z_{CR_2}}{Z_{LR_3 R_4} + Z_{CR_2}} = \frac{42.05 \cdot e^{i63.6^\circ} \cdot 44.727 \cdot e^{-i47.9^\circ}}{18.667 + i37.68 + 30 - i33.174} = \\ &= \frac{1880.77 \cdot e^{i15.7^\circ}}{48.667 + i4.506} = \frac{1880.77 \cdot e^{i15.7^\circ}}{\sqrt{48.667^2 + 4.506^2} \cdot e^{i \arctg \frac{4.506}{48.667}}} = \\ &= \frac{1880.77 \cdot e^{i15.7^\circ}}{48.876 \cdot e^{i5.3^\circ}} = 38.48 \cdot e^{i10.4^\circ} = 37.848 + i6.946 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Загальний опір електричного кола:

$$\begin{aligned} Z_\Sigma &= R_1 + Z_{CLR_2 R_3 R_4} = 25 + 37.848 + i6.946 = 62.848 + i6.946 = \\ &= \sqrt{62.848^2 + 6.946^2} \cdot e^{i \arctg \frac{6.946}{62.848}} = 63.231 \cdot e^{i6.3^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

2. Розрахунок напруг і струмів за законами Ома і Кірхгофа.

В схемі електричного кола 3 вузли, тому за першим законом Кірхгофа можна скласти два рівняння:

$$\dot{I}_{R_1} = \dot{I}_L + \dot{I}_C; \quad \dot{I}_L = \dot{I}_{R_3} + \dot{I}_{R_4}.$$

В схемі 3 контури, тому за другим законом Кірхгофа складаємо 3 рівняння:

$$\begin{cases} \dot{U}_{BX} = \dot{U}_{R_1} + \dot{U}_C + \dot{U}_{R_2}; \\ \dot{U}_{R_3} = \dot{U}_{R_4}; \\ \dot{U}_C + \dot{U}_{R_2} = \dot{U}_L + \dot{U}_{R_3}. \end{cases}$$

Визначимо спади напруг на елементах електричного кола і струми, що через них протікають:

$$\dot{I}_{R_1} = \frac{\dot{U}_{BX}}{Z_{\Sigma}} = \frac{20 \cdot e^{i20^\circ}}{63.231 \cdot e^{i6.3^\circ}} = 0.3163 \cdot e^{i13.7^\circ} \text{ (A)};$$

$$\dot{U}_{R_1} = \dot{I}_{R_1} \cdot R_1 = 0.3163 \cdot e^{i13.7^\circ} \cdot 25 = 7.9075 \cdot e^{i13.7^\circ} \text{ (B)};$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{CR_2} = \dot{I}_{R_1} \cdot Z_{CLR_2R_3R_4} &= 0.3163 \cdot e^{i13.7^\circ} \cdot 38.48 \cdot e^{i10.4^\circ} = \\ &= 12.1712 \cdot e^{i24.1^\circ} \text{ (B)}; \end{aligned}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{R_2} = \frac{\dot{U}_{CR_2}}{Z_{CR_2}} = \frac{12.1712 \cdot e^{i24.1^\circ}}{44.727 \cdot e^{-i47.9^\circ}} = 0.2721 \cdot e^{i72^\circ} \text{ (A)};$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}_C \cdot Z_C = 0.2721 \cdot e^{i72^\circ} \cdot 33.174 \cdot e^{-i90^\circ} = 9.0273 \cdot e^{-i18^\circ} \text{ (B)};$$

$$\dot{U}_{R_2} = \dot{I}_{R_2} \cdot R_2 = 0.2721 \cdot e^{i72^\circ} \cdot 30 = 8.163 \cdot e^{i72^\circ} \text{ (B)};$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_{CR_2}}{Z_{LR_3R_4}} = \frac{12.1712 \cdot e^{i24.1^\circ}}{42.05 \cdot e^{i63.6^\circ}} = 0.2894 \cdot e^{-i39.5^\circ} \text{ (A)};$$

$$\dot{U}_L = \dot{I}_L \cdot Z_L = 0.2894 \cdot e^{-i39.5^\circ} \cdot 37.68 \cdot e^{i90^\circ} = 10.9046 \cdot e^{i50.5^\circ} \text{ (B)};$$

$$\dot{U}_{R_3} = \dot{U}_{R_4} = \dot{I}_L \cdot Z_{R_3R_4} = 0.2894 \cdot e^{-i39.5^\circ} \cdot 18.667 = 5.4022 \cdot e^{-i39.5^\circ} \text{ (B)};$$

$$\dot{I}_{R_3} = \frac{\dot{U}_{R_3}}{R_3} = \frac{5.4022 \cdot e^{-i39.5^\circ}}{35} = 0.1543 \cdot e^{-i39.5^\circ} \text{ (A)};$$

$$\dot{I}_{R_4} = \frac{\dot{U}_{R_4}}{R_4} = \frac{5.4022 \cdot e^{-i39.5^\circ}}{40} = 0.1351 \cdot e^{-i39.5^\circ} \text{ (A)}.$$

3. Складання балансу потужностей

Активна потужність схеми:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} (I_{m.R_1} U_{m.R_1} + I_{m.R_2} U_{m.R_2} + I_{m.R_3} U_{m.R_3} + I_{m.R_4} U_{m.R_4}) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (0.3163 \cdot 7.9075 + 0.2721 \cdot 8.163 + 0.1543 \cdot 5.4022 + 0.1351 \cdot 5.4022) = \\
 &= 3.1428 \text{ (Bm)}.
 \end{aligned}$$

Реактивна потужність схеми:

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{1}{2} (I_{m.L} U_{m.L} - I_{m.C} U_{m.C}) = \\
 &= 0.5 \cdot (0.2894 \cdot 10.9046 - 0.2721 \cdot 9.0273) = 0.3497 \text{ (Bap)}.
 \end{aligned}$$

Повна або комплексна потужність елементів схеми:

$$\begin{aligned}
 S &= P + iQ = 3.1428 + i0.3497 = \sqrt{3.1428^2 + 0.3497^2} \cdot e^{i \arctg \frac{0.3497}{3.1428}} = \\
 &= 3.1622 \cdot e^{i6.35^\circ} \text{ (BA)}.
 \end{aligned}$$

Потужність, споживана від джерела живлення:

$$S_{\partial ж} = \frac{1}{2} \dot{U}_{BX} I_{\partial ж}^* = 0.5 \cdot 20 \cdot e^{i20^\circ} \cdot 0.3163 \cdot e^{-i13.7^\circ} = 3.163 \cdot e^{i6.3^\circ} \text{ (BA)}.$$

Баланс потужностей:

$$S_{\partial ж} = 3.163 \cdot e^{i6.3^\circ} \text{ (BA)} \cong S = 3.1622 \cdot e^{i6.35^\circ} \text{ (BA)}.$$

Розрахунки проведені з високою точністю, тому що відносна похибка при складанні балансу потужності дорівнює

$$\varepsilon_S = \frac{S_{\partial ж} - S}{S_{\partial ж}} \cdot 100\% = \frac{3.163 - 3.1622}{3.163} \cdot 100\% = 0.025\%.$$

Практичне заняття №2

Тема: «Розрахунок параметрів чотириполюсника».

Мета роботи: Навчитися проводити розрахунок параметрів електричного кола як чотириполюсника в режимах холостого ходу (ХХ) та короткого замикання (КЗ).

1. Теоретичні відомості

Чотириполюсником називають будь-яку частину кола, яка сполучається з іншою частиною кола чотирма виводами (“полюсами”). Найбільший практичний інтерес мають пасивні чотириполюсники, два виводи яких приєднуються до генератора, а два – до приймача електроенергії (так звані прохідні чотириполюсники) [7].

Властивості будь-якого прохідного чотириполюсника незалежно від його внутрішньої будови повністю визначаються двома рівняннями, що зв’язують між собою вхідні \dot{U}_1, \dot{I}_1 та вихідні \dot{U}_2, \dot{I}_2 напруги і струми. Всього можна записати шість груп або шість форм таких рівнянь (число комбінацій з чотирьох параметрів $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$ по два становить шість):

- система А-параметрів чотириполюсника:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2; \end{cases}$$

- система Y-параметрів чотириполюсника:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2; \end{cases}$$

- система Z-параметрів чотириполюсника:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2; \end{cases}$$

- система h-параметрів чотириполюсника:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 = h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2; \end{cases}$$

- система g-параметрів чотириполюсника:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = g_{11}\dot{U}_1 + g_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = g_{21}\dot{U}_1 + g_{22}\dot{I}_2; \end{cases}$$

- система b-параметрів чотириполюсника:

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = b_{11}\dot{U}_1 + b_{12}\dot{I}_1; \\ \dot{I}_2 = b_{21}\dot{U}_1 + b_{22}\dot{I}_1. \end{cases}$$

В наведених системах параметри мають такий фізичний зміст:

$$- A_{11} = A = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad \text{— коефіцієнт затухання напруги в режимі холостого ходу (ХХ) на виході;}$$

$$- A_{12} = B = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad \text{— зворотний прохідний опір в режимі короткого замикання (КЗ) на виході;}$$

$$- A_{21} = C = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad \text{— зворотна прохідна провідність в режимі ХХ на виході;}$$

$$- A_{22} = D = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad \text{— коефіцієнт затухання струму в режимі КЗ на виході;}$$

$$- Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad \text{— вхідна провідність в режимі КЗ на виході;}$$

$$- Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad \text{— зворотна прохідна провідність в режимі КЗ на виході;}$$

$$- Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} = \frac{1}{B} \quad \text{— пряма прохідна провідність в режимі КЗ на виході;}$$

$$- Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad \text{— вихідна провідність в режимі КЗ на виході;}$$

$$- Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad - \text{вхідний опір в режимі ХХ на виході};$$

$$- Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad - \text{зворотний прохідний опір в режимі ХХ на вхо-}$$

ді;

$$- Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{1}{C} \quad - \text{прямий прохідний опір в режимі ХХ на ви-}$$

ході;

$$- Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad - \text{вихідний опір в режимі ХХ на вході};$$

$$- h_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} = \frac{1}{Y_{11}} \quad - \text{вхідний опір в режимі КЗ на виході};$$

$$- h_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad - \text{коефіцієнт затухання напруги в режимі ХХ на}$$

виході;

$$- h_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} = \frac{1}{D} \quad - \text{коефіцієнт передачі струму в режимі КЗ на}$$

виході;

$$- h_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} = \frac{1}{Z_{22}} \quad - \text{вихідна провідність в режимі ХХ на вхо-}$$

ді;

$$- g_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{1}{Z_{11}} \quad - \text{вхідна провідність в режимі ХХ на виході};$$

$$- g_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad - \text{коефіцієнт затухання струму в режимі КЗ на}$$

виході;

$$- g_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{i_2=0} = \frac{1}{A} - \text{коефіцієнт передачі напруги в режимі ХХ}$$

на виході;

$$- g_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} = \frac{1}{Y_{22}} - \text{вихідний опір в режимі КЗ на вході};$$

$$- b_{11} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{i_1=0} = \frac{1}{h_{12}} - \text{коефіцієнт передачі напруги в режимі ХХ}$$

на вході;

$$- b_{12} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_1=0} = \frac{1}{Y_{12}} - \text{прямий прохідний опір в режимі КЗ на}$$

вході;

$$- b_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{i_1=0} = \frac{1}{Z_{12}} - \text{зворотна прохідна провідність в режимі}$$

ХХ на вході;

$$- b_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_1=0} = \frac{1}{g_{12}} - \text{коефіцієнт передачі струму в режимі КЗ}$$

на вході.

З розглянутих 24-ох параметрів лише 12 є незалежними, а інші 12 визначаються через інші параметри чотириполюсника.

Також необхідно зауважити, що тільки А-параметри чотириполюсника можуть бути визначені для будь-якого електричного кола, тому що визначаються в режимах ХХ та КЗ на виході кола. У всіх інших системах параметрів при визначенні параметрів чотириполюсника необхідним є застосування режимів або КЗ, або ХХ на вході, що еквівалентно або відключенню, або замиканню джерела вхідного сигналу. Тому такі параметри можна визначати тільки для чотириполюсників з внутрішніми джерелами струму або ЕРС (активних електричних кіл).

Тому далі обмежимося так званою А-формою запису рівнянь чотириполюсника (А-параметрами).

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2; \quad (1)$$

$$\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2. \quad (2)$$

В цих рівняннях комплексні коефіцієнти A, B, C, D – так звані первинні параметри чотириполюсника. Для лінійних пасивних чотириполюсників зв'язок між цими коефіцієнтами має вигляд $A \cdot D - B \cdot C = 1$, тобто з чотирьох параметрів A, B, C, D лише три є незалежними.

На рис. 2.1, *a* зображено позначення чотириполюсника на схемах і напрям струмів та напруг, що відповідають А-формі запису рівнянь чотириполюсника.

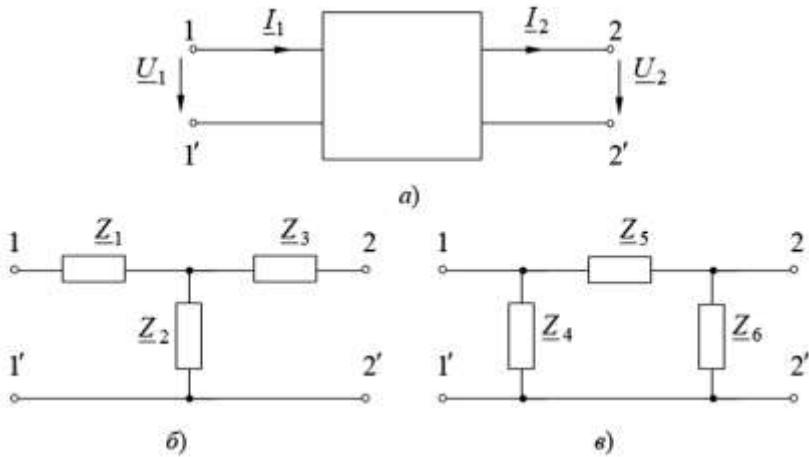


Рис. 2.1. Схематичне позначення (*a*) та схеми заміщення (*б, в*) чотириполюсника

Будь-який реальний пасивний прохідний чотириполюсник може бути представлений однією з двох схем заміщення – Т- або П-подібною (рис. 2.1, *б* та *в* відповідно). Число елементів схеми заміщення відповідає числу незалежних коефіцієнтів (параметрів) чотириполюсника. Зв'язки між параметрами схем заміщення і коефіцієнтами чотириполюсника мають такий вигляд [7]:

- для Т-подібної схеми заміщення:

$$Z_1 = \frac{A-1}{C}; \quad Z_3 = \frac{D-1}{C}; \quad Z_2 = \frac{1}{C}; \quad (3)$$

- для П-подібної схеми заміщення:

$$Z_5 = B; \quad Z_4 = \frac{B}{D-1}; \quad Z_6 = \frac{B}{A-1}. \quad (4)$$

Формули зворотного переходу мають такий вигляд:

- для Т-подібної схеми заміщення:

$$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_2}; \quad B = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2}; \quad C = \frac{1}{Z_2}; \quad D = 1 + \frac{Z_3}{Z_2}; \quad (5)$$

- для П-подібної схеми заміщення:

$$A = 1 + \frac{Z_5}{Z_6}; \quad B = Z_5; \quad C = \frac{Z_4 + Z_5 + Z_6}{Z_4 Z_6}; \quad D = 1 + \frac{Z_5}{Z_4}. \quad (6)$$

В багатьох випадках властивості чотириполюсника зручно виражати не через первинні, а через вторинні (характеристичні) параметри. До вторинних параметрів відносять вхідний і вихідний характеристичні опори та коефіцієнт поширення.

Вхідний характеристичний опір $Z_{y32.1}$ – це опір чотириполюсника з боку вхідних затискачів 11', коли до вихідних 22' підключене навантаження, що дорівнює $Z_{y32.2}$. Аналогічно вхідний характеристичний опір $Z_{y32.2}$ – це вхідний опір чотириполюсника з боку вхідних затискачів 22', якщо до вихідних 11' підключене навантаження, що дорівнює $Z_{y32.1}$.

Ці опори пов'язані з коефіцієнтами чотириполюсника такими співвідношеннями:

$$Z_{y32.1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}; \quad Z_{y32.2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}, \quad (7)$$

а також з вхідними опорами чотириполюсника з боку первинних і з боку вторинних затискачів в режимах холостого ходу Z_{1x}, Z_{2x} і короткого замикання Z_{1k}, Z_{2k} такими виразами:

$$Z_{y32.1} = \sqrt{Z_{1x} Z_{1k}}; \quad Z_{y32.2} = \sqrt{Z_{2x} Z_{2k}}.$$

Іноді користуються поняттям повторного опору чотириполюсника $Z_{новт}$. Під повторним розуміють опір чотириполюсника з боку первинних затискачів 11', коли до затискачів 22' приєднано навантаження з опором $Z_{новт}$. Ця величина визначається через коефіцієнти чотириполюсника так:

$$Z_{новт} = \frac{A - D}{2C} + \sqrt{\left(\frac{A - D}{2C}\right)^2 + \frac{B}{C}}. \quad (8)$$

Такий вхідний опір “повторює” опір навантаження чотириполюсника. Якщо чотириполюсник симетричний ($A = D$), його характеристичний опір

$$Z_{y3z.1} = Z_{y3z.2} = Z_{повт} = Z_0.$$

Для симетричного чотириполюсника, навантаженого на його характеристичний опір $Z_n = Z_0$, рівняння (1) і (2) набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 = \dot{U}_2(A + \sqrt{BC}); \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 = \dot{I}_2(A + \sqrt{BC}).\end{aligned}$$

Ці рівняння можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{U}_2 e^{\gamma} = \dot{U}_2 e^{\alpha} e^{i\beta}; \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 e^{\gamma} = \dot{I}_2 e^{\alpha} e^{i\beta},\end{aligned}$$

де комплексне число $\gamma = \ln(A + \sqrt{BC}) = (\alpha + i\beta)$ – стала передачі або коефіцієнт поширення; α – коефіцієнт згасання чотириполюсника, β – коефіцієнт фази. За умови $Z_n = Z_0$ коефіцієнт поширення можна представити у такому вигляді:

$$\gamma = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \alpha + i\beta.$$

Множник $e^{\alpha} = \left| \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right| = \left| \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|$ характеризує згасання або зміну амплітуди напруги чи струму при передачі їх через чотириполюсник;

множник $e^{i\beta}$ характеризує зміну фази напруги чи струму при проходженні їх через чотириполюсник.

В цілому коефіцієнт поширення характеризує передавальні властивості чотириполюсника і дозволяє робити висновки як про зміну амплітуди струму чи напруги, так і про зміну фази цих величин при проходженні їх через чотириполюсник.

2. Завдання та приклади розв’язання

Для заданого електричного кола необхідно:

- розрахувати його А-параметри на заданій частоті;
- за визначеними А-параметрами розрахувати задані відповідно до варіанту параметри чотириполюсника;

- визначити параметри Т- та П-подібної схем заміщення чотириполюсника та навести дані схеми заміщення;
- визначити характеристичні опори чотириполюсника з боку вхідних та вихідних затискачів, а також його повторний опір.

Розрахункові схеми наведені на рис. 1.2, а індивідуальні значення параметрів схем відповідно до варіанту – в таблиці 1.1.

Приклад розв'язання завдання 2. Для заданого електричного кола (рис. 1.3) необхідно:

- розрахувати його А-параметри на заданій частоті;
- за визначеними А-параметрами розрахувати Y-параметри чотириполюсника;
- визначити параметри Т- та П-подібної схем заміщення чотириполюсника та навести дані схеми заміщення;
- визначити характеристичні опори чотириполюсника з боку вхідних та вихідних затискачів, а також його повторний опір, якщо амплітуда, частота та початкова фаза вхідної напруги відповідно 20 В, 120 Гц та 20°, а параметри елементів схеми мають такі значення: $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 35 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$, $L = 50 \text{ мГн}$, $C = 40 \text{ мкФ}$.

Розв'язок.

1. Розрахунок А-параметрів чотириполюсника

Визначимо А-параметри чотириполюсника, враховуючи, що вхідною напругою кола є напруга на крайньому правому елементі схеми (в нашому випадку це резистор R_4).

А-параметри чотириполюсника визначаються такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2; \\ I_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2. \end{cases}$$

Розглянемо схему чотириполюсника в режимі КЗ на виході.

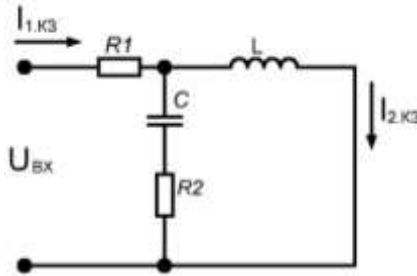


Рис. 2.2. Схема електричного кола в режимі КЗ на виході
Розрахуємо загальний опір елементів кола в режимі КЗ:

$$\omega = 2\pi f = 6.28 \cdot 120 = 753.6 \text{ рад/с};$$

$$X_L = \omega L = 753.6 \cdot 0.05 = 37.68 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{753.6 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 33.174 \text{ Ом}.$$

$$Z_{CR_2} = R_2 + Z_C = 30 - i33.174 = \sqrt{30^2 + 33.174^2} \cdot e^{-i \arctg \frac{33.174}{30}} =$$

$$= 44.727 \cdot e^{-i47.9^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{CLR_2} = \frac{Z_L \cdot Z_{CR_2}}{Z_L + Z_{CR_2}} = \frac{37.68 \cdot e^{i90^\circ} \cdot 44.727 \cdot e^{-i47.9^\circ}}{i37.68 + 30 - i33.174} =$$

$$= \frac{1685.313 \cdot e^{i42.1^\circ}}{30 + i4.506} = \frac{1685.313 \cdot e^{i42.1^\circ}}{\sqrt{30^2 + 4.506^2} \cdot e^{i \arctg \frac{4.506}{30}}} =$$

$$= \frac{1685.313 \cdot e^{i42.1^\circ}}{30.337 \cdot e^{i8.5^\circ}} = 55.553 \cdot e^{i33.6^\circ} = 46.271 + i30.743 \text{ Ом};$$

$$Z_{\Sigma K3} = R_1 + Z_{CLR_2} = 25 + 46.271 + i30.743 = 71.271 + i30.743 =$$

$$= \sqrt{71.271^2 + 30.743^2} \cdot e^{i \arctg \frac{30.743}{71.271}} = 77.619 \cdot e^{i23.3^\circ} \text{ Ом}.$$

Струм, що витікає з джерела в режимі КЗ на виході:

$$\dot{I}_{1.K3} = \frac{\dot{U}_{BX}}{Z_{\Sigma.K3}} = \frac{20 \cdot e^{i20^\circ}}{77.619 \cdot e^{i23.3^\circ}} = 0.2577 \cdot e^{-i3.3^\circ} \text{ (А)}.$$

Напруга на котушці індуктивності L :

$$\dot{U}_{L.K3} = \dot{I}_{1.K3} Z_{CLR_2} = 0.2577 \cdot e^{-i3.3^\circ} \cdot 55.553 \cdot e^{i33.6^\circ} = 14.316 \cdot e^{i30.3^\circ} \text{ Ом.}$$

Струм, що протікає у вітці з короткозамкненим навантаженням:

$$\dot{I}_{2.K3} = \frac{\dot{U}_{L.K3}}{Z_L} = \frac{14.316 \cdot e^{i30.3^\circ}}{37.68 \cdot e^{i90^\circ}} = 0.3799 \cdot e^{-i59.7^\circ} \text{ (А).}$$

Параметри чотириполюсника в режимі короткого замикання:

$$B = \frac{\dot{U}_{BX}}{\dot{I}_{2.K3}} = \frac{20 \cdot e^{i20^\circ}}{0.3799 \cdot e^{-i59.7^\circ}} = 52.64 \cdot e^{i79.7^\circ} \text{ (Ом);}$$

$$D = \frac{\dot{I}_{1.K3}}{\dot{I}_{2.K3}} = \frac{0.2577 \cdot e^{-i3.3^\circ}}{0.3799 \cdot e^{-i59.7^\circ}} = 0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ}.$$

Далі розглянемо схему чотириполюсника в режимі холостого ходу на виході та визначимо параметри А і С.

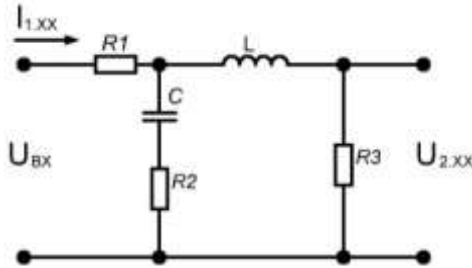


Рис. 2.3. Схема електричного кола в режимі холостого ходу на виході

Опір схеми в режимі холостого ходу на виході:

$$Z_{LR_3} = R_3 + Z_L = 35 + i37.68 = \sqrt{35^2 + 37.68^2} \cdot e^{i \arctg \frac{37.68}{35}} =$$

$$= 51.427 \cdot e^{i47.1^\circ} \text{ Ом;}$$

$$Z_{CLR_2R_3} = \frac{Z_{LR_3} \cdot Z_{CR_2}}{Z_{LR_3} + Z_{CR_2}} = \frac{51.427 \cdot e^{i47.1^\circ} \cdot 44.727 \cdot e^{-i47.9^\circ}}{35 + i37.68 + 30 - i33.174} =$$

$$= \frac{2300.175 \cdot e^{-i0.8^\circ}}{65 + i4.506} = \frac{2300.175 \cdot e^{-i0.8^\circ}}{\sqrt{65^2 + 4.506^2} \cdot e^{i \arctg \frac{4.506}{65}}} =$$

$$= \frac{2300.175 \cdot e^{-i0.8^\circ}}{65.156 \cdot e^{i4^\circ}} = 35.303 \cdot e^{-i4.8^\circ} = 35.179 - i2.954 \text{ Ом;}$$

$$Z_{\Sigma XX} = R_1 + Z_{CLR_2 R_3} = 25 + 35.179 - i2.954 = 60.179 - i2.954 = \\ = \sqrt{60.179^2 + 2.954^2} \cdot e^{-i \arctg \frac{2.954}{60.179}} = 60.251 \cdot e^{-i2.8^\circ} \text{ Ом.}$$

Струм, що витікає з джерела в режимі холостого ходу на виході:

$$\dot{I}_{1.XX} = \frac{\dot{U}_{BX}}{Z_{\Sigma.XX}} = \frac{20 \cdot e^{i20^\circ}}{60.251 \cdot e^{-i2.8^\circ}} = 0.3319 \cdot e^{i22.8^\circ} \text{ (А).}$$

Напруга на вітці з котушкою індуктивності L :

$$\dot{U}_{LR_3, K3} = \dot{I}_{1.XX} Z_{CLR_2 R_3} = 0.3319 \cdot e^{i22.8^\circ} \cdot 35.303 \cdot e^{-i4.8^\circ} = 11.719 \cdot e^{i18^\circ} \text{ Ом.}$$

Струм, що протікає у вітці з котушкою індуктивності:

$$\dot{I}_{2.XX} = \frac{\dot{U}_{LR_3, K3}}{Z_{LR_3}} = \frac{11.719 \cdot e^{i18^\circ}}{51.427 \cdot e^{i47.1^\circ}} = 0.2279 \cdot e^{-i29.1^\circ} \text{ (А).}$$

Напруга на виході в режимі холостого ходу:

$$\dot{U}_{2.XX} = \dot{I}_{2.XX} R_3 = 0.2279 \cdot e^{-i29.1^\circ} \cdot 35 = 7.976 \cdot e^{-i29.1^\circ} \text{ Ом.}$$

Параметри чотириполюсника в режимі холостого ходу:

$$A = \frac{\dot{U}_{BX}}{\dot{U}_{2.XX}} = \frac{20 \cdot e^{i20^\circ}}{7.976 \cdot e^{-i29.1^\circ}} = 2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ};$$

$$C = \frac{\dot{I}_{1.XX}}{\dot{I}_{2.XX}} = \frac{0.3319 \cdot e^{i22.8^\circ}}{0.2279 \cdot e^{-i29.1^\circ}} = 0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ} \text{ (См).}$$

Для розрахованих значень параметрів чотириполюсника необхідно провести перевірку за співвідношенням

$$A \cdot D - B \cdot C = 1.$$

Підставивши чисельні значення розрахованих A -параметрів чотириполюсника, отримаємо:

$$2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ} \cdot 0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ} - 52.64 \cdot e^{i79.7^\circ} \cdot 0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ} = \\ = 1.7008 \cdot e^{i105.5^\circ} - 2.1904 \cdot e^{i131.6^\circ} = -0.4545 + i1.6389 + 1.4543 - i1.638 = \\ = 0.9998 + i0.0009 \approx 1.$$

Проведена перевірка виконується з достатньою точністю, тобто A -параметри чотириполюсника розраховані правильно.

2. Розрахунок Y -параметрів чотириполюсника

За знайденими А-параметрами перерахуємо Y-параметри чотириполосника:

$$Y_{11} = \frac{D}{B} = \frac{0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ}}{52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}} = 12.886 \cdot e^{-i23.3^\circ} \text{ (мСм)};$$

$$Y_{12} = \frac{AD-BC}{B} = \frac{1}{52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}} = 19 \cdot e^{-i79.7^\circ} \text{ (мСм)};$$

$$Y_{21} = \frac{1}{B} = \frac{1}{52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}} = 19 \cdot e^{-i79.7^\circ} \text{ (мСм)};$$

$$Y_{22} = \frac{A}{B} = \frac{2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ}}{52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}} = 47.635 \cdot e^{-i30.6^\circ} \text{ (мСм)}.$$

Аналогічно за відомими А-параметрами можна розрахувати й інші параметри чотириполосника [5].

3. Визначення параметрів Т- та П-подібних схем заміщення чотириполосника

Відповідно до формул (3) параметри елементів Т-подібної схеми заміщення мають такі значення:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{A-1}{C} = \frac{2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ} - 1}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \frac{1.6418 + i1.8953 - 1}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \\ &= \frac{0.6418 + i1.8953}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \frac{\sqrt{0.6418^2 + 1.8953^2} \cdot e^{i \arctg \frac{1.8953}{0.6418}}}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \\ &= \frac{2.001 \cdot e^{i71.3^\circ}}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = 48.089 \cdot e^{i19.4^\circ} = 45.359 + i15.973 \text{ (Ом)}; \\ Z_2 &= \frac{1}{C} = \frac{1}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = 24.033 \cdot e^{-i51.9^\circ} = 14.829 - i18.912 \text{ (Ом)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_3 &= \frac{D-1}{C} = \frac{0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ} - 1}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \frac{0.3754 + i0.565 - 1}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \\
&= \frac{-0.6246 + i0.565}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \frac{\sqrt{0.6246^2 + 0.565^2} \cdot e^{i\left(180^\circ - \arctg \frac{0.565}{0.6246}\right)}}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = \\
&= \frac{0.8422 \cdot e^{i137.9^\circ}}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} = 20.24 \cdot e^{i86^\circ} = 1.412 + i 20.191 (Ом).
\end{aligned}$$

Отриманим значенням опорів на частоті $f = 120$ Гц відповідають такі реактивні елементи Т-подібної схеми заміщення (рис. 2.4, а):

$$\begin{aligned}
L_1 &= \frac{X_1}{2\pi f} = \frac{15.973}{753.6} = 21.2 (\text{мГн}); \\
C_2 &= \frac{1}{2\pi f X_2} = \frac{1}{753.6 \cdot 18.912} = 70.2 (\text{мкФ}); \\
L_3 &= \frac{X_3}{2\pi f} = \frac{20.191}{753.6} = 26.8 (\text{мГн}).
\end{aligned}$$

За формулами (4) знаходимо параметри П-подібної схеми заміщення:

$$\begin{aligned}
Z_4 &= \frac{B}{D-1} = \frac{52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}}{0.8422 \cdot e^{i137.9^\circ}} = 62.503 \cdot e^{-i58.2^\circ} = 32.936 - i53.121 (Ом); \\
Z_5 &= B = 52.64 \cdot e^{i79.7^\circ} = 9.412 + i51.792 (Ом); \\
Z_6 &= \frac{B}{A-1} = \frac{52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}}{2.001 \cdot e^{i71.3^\circ}} = 26.307 \cdot e^{i8.4^\circ} = 26.025 + i3.843 (Ом).
\end{aligned}$$

Отриманим значенням опорів на частоті $f = 120$ Гц відповідають такі реактивні елементи П-подібної схеми заміщення (рис. 2.4, б):

$$C_4 = \frac{1}{2\pi f X_4} = \frac{1}{753.6 \cdot 53.121} = 24.98 (\text{мкФ});$$

$$L_5 = \frac{X_5}{2\pi f} = \frac{51.792}{753.6} = 68.73 (\text{мГн});$$

$$L_6 = \frac{X_6}{2\pi f} = \frac{3.843}{753.6} = 5.1 (\text{мГн}).$$

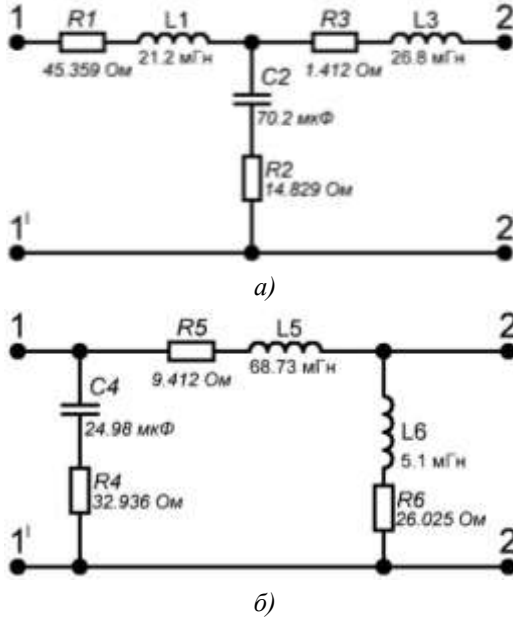


Рис. 2.4. Схеми заміщення чотириполюсника: Т-подібна (а) і П-подібна (б)

4. Визначення характеристичних опорів чотириполюсника з боку вхідних та вихідних затисків, а також його повторного опору.

Характеристичні опори чотириполюсника:

$$Z_{y_{32.1}} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ} \cdot 52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ} \cdot 0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ}}} = \sqrt{4676.67 \cdot e^{i20.5^\circ}} =$$

$$= 68.386 \cdot e^{i10.25^\circ} (\text{Ом});$$

$$Z_{y32.1} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ} \cdot 52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ} \cdot 2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ}}} = \sqrt{342.215 \cdot e^{i35.1^\circ}} =$$

$$= 18.5 \cdot e^{i17.55^\circ} (O_M).$$

Повторний опір чотириполюсника:

$$Z_{ном} = \frac{A-D}{2C} + \sqrt{\left(\frac{A-D}{2C}\right)^2 + \frac{B}{C}} = \frac{2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ} - 0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ}}{2 \cdot 0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}} +$$

$$+ \sqrt{\left(\frac{2.5075 \cdot e^{i49.1^\circ} - 0.6783 \cdot e^{i56.4^\circ}}{2 \cdot 0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}}\right)^2 + \frac{52.64 \cdot e^{i79.7^\circ}}{0.04161 \cdot e^{i51.9^\circ}}} =$$

$$= \frac{1.6418 + i1.8953 - 0.3754 - i0.565}{0.08322 \cdot e^{i51.9^\circ}} +$$

$$+ \sqrt{\left(\frac{1.2664 + i1.3303}{0.08322 \cdot e^{i51.9^\circ}}\right)^2 + 1265.081 \cdot e^{i27.8^\circ}} = \frac{1.8367 \cdot e^{i46.4^\circ}}{0.08322 \cdot e^{i51.9^\circ}} +$$

$$+ \sqrt{487.103 \cdot e^{-i11^\circ} + 1265.081 \cdot e^{i27.8^\circ}} = 22.07 \cdot e^{-i5.5^\circ} +$$

$$+ \sqrt{478.153 - i92.944 + 1119.067 + i590.017} = 21.968 - i2.115 +$$

$$+ \sqrt{1597.22 + i497.073} = 21.968 - i2.115 + \sqrt{1672.78 \cdot e^{i17.3^\circ}} =$$

$$= 21.968 - i2.115 + 40.9 \cdot e^{i8.65^\circ} = 21.968 - i2.115 + 40.435 + i6.151 =$$

$$= 62.403 + i4.036 = 62.533 \cdot e^{i3.7^\circ} (O_M).$$

Практичне заняття №3

Тема: «Розрахунок резонансних явищ в колах синусоїдального струму».

Мета роботи: Навчитися проводити розрахунок резонансних явищ в колах синусоїдального струму.

1. Теоретичні відомості

1.1. Резонанс у колі з послідовним сполученням елементів

Внаслідок того, що індуктивні та ємнісні опори, а також індуктивні та ємнісні провідності можуть взаємно компенсуватись, можливі випадки, коли в колі, яке має реактивні елементи, еквівалентний опір і, відповідно, еквівалентна провідність можуть бути рівні нулю. Тоді струм збігається за фазою з вхідною напругою, тобто коло веде себе як чисто активний опір.

Явище, при якому струм у колі за наявності в ньому реактивних опорів X_L та X_C збігається за фазою з напругою, прикладеною до цього кола, називають резонансом [6].

При резонансі електричного кола з мережі надходить тільки активна енергія (потужність P), а реактивна енергія (потужність Q) циркулює (коливається) між індуктивністю та ємністю всередині схеми.

Повний опір послідовного R, L, C – кола (рис. 3.1, а):

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

У відповідності з визначенням при резонансі виконується умова:

$$X = X_L - X_C = 0 \text{ або } \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \text{ чи } \omega^2 LC = 1. \quad (3.1)$$

Як випливає з (3.1), резонансу в колі можна досягти, змінюючи частоту, індуктивність або ємність кола. Значення кутової частоти, індуктивності чи ємності, при яких настає резонанс, визначаються з виразів (3.1):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}; \quad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L}. \quad (3.2)$$

Частоту $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ називають резонансною; вона є власною

частотою контуру. З такою частотою в замкненому R, L, C - контурі (рис. 3.1, а) при вимкненні вхідної напруги U і закороченні вхідних клем енергія вільно коливається між індуктивністю та ємністю.

Оскільки, при резонансі повний опір Z досягає найменшого значення ($Z = R$), то струм у послідовному колі при резонансі має найбільше значення:

$$I_0 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + 0}} = \frac{U}{R},$$

яке не залежить від значень реактивних опорів. Векторна діаграма для випадку резонансу приведена на рис. 3.1, б.

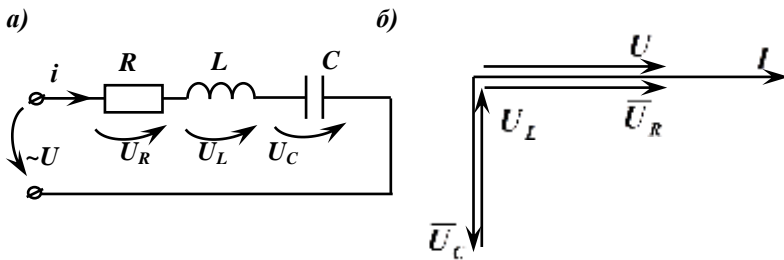


Рис. 3.1.

При великих реактивних опорах X_L і X_C може виявитись, що значення напруг U_L і U_C будуть значно більшими, ніж значення прикладеної напруги U , тобто при резонансі або в режимах, наближених до резонансу, напруги на котушці та конденсаторі можуть значно перевищувати напругу, прикладену до схеми з мережі, що може привести до аварійних режимів роботи (пошкодження ізоляції, нещасні випадки тощо). Тому при проектуванні й налагодженні електричних схем останні перевіряються на можливість виникнення в них резонансу напруг.

Підвищення напруг U_L та U_C і взаємна їх компенсація при резонансі зумовило назву цього явища – резонанс напруг.

Перевищення напруг на реактивних елементах над вхідною напругою має місце за умови

$$R < \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho .$$

Величину $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ називають хвильовим або характеристичним опором резонансного контуру.

Відношення

$$\frac{U_{C0}}{U} = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{\omega_0 L I_0}{R I_0} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho}{R} = Q$$

визначає кратність перевищення напруг на індуктивному і ємнісному опорах над напругою на вході кола.

Величину Q , яка визначає резонансні властивості контуру, називають добротністю контуру. Резонансні властивості характеризують також оберненою величиною $d = 1/Q$, яка носить назву затухання контуру [6].

При резонансі напруг, коли $|U_L| = |U_C|$, миттєві потужності:

$$p_L = U_{L_0} I_0 \sin 2\omega t \quad i \quad p_C = -U_{C_0} I_0 \sin 2\omega t$$

в довільний момент часу рівні і протилежні за знаком. Це означає, що відбувається обмін енергією між магнітним полем котушки і електричним полем конденсатора, причому обміну енергією між цими полями і джерелом енергії не відбувається. Джерело енергії, яке живить коло, тільки компенсує споживання активної енергії на ділянці з опором R .

1.2. Частотні характеристики послідовного RLC-кола

Залежності повного і реактивного опорів кола і кута зсуву фаз φ між струмом і напругою від частоти приведені на рис. 3.2, а. В даному колі активний опір не залежить від частоти. Реактивний опір

$$X(\omega) = \omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{L}{\omega} (\omega^2 - \omega_0^2)$$

при трьох характерних значеннях частоти приймає граничні значення, які рівні нулю або нескінченності (рис. 3.2, б).

Аргумент функції, при якому вона приймає нескінченне значення, називають полюсом функції, а аргумент, при якому функція приймає нульове значення, називають нулем цієї функції.

В даному випадку маємо функцію $X(\omega)$ і, значить, її полюсами будуть частоти, при яких $X(\omega) \rightarrow \infty$, тобто $\omega = 0$ і $\omega \rightarrow \infty$, а нулем буде частота, при якій $X(\omega) = 0$, тобто $\omega = \omega_0$. На рис. 3.2, б полюси відмічені хрестиками, а нулі – кружечками.

Характерна властивість функції $X(\omega)$ полягає в тому, що при всіх частотах похідна $dX/d\omega > 0$. Дійсно, зі збільшенням частоти ростуть обидва доданки величини $X = \omega L + (-1/\omega C)$, тобто ωL і $(-1/\omega C)$, тому що $d(\omega L)/d\omega = L > 0$; $\frac{d(-1/\omega C)}{d\omega} = \frac{1}{\omega^2 C} > 0$.

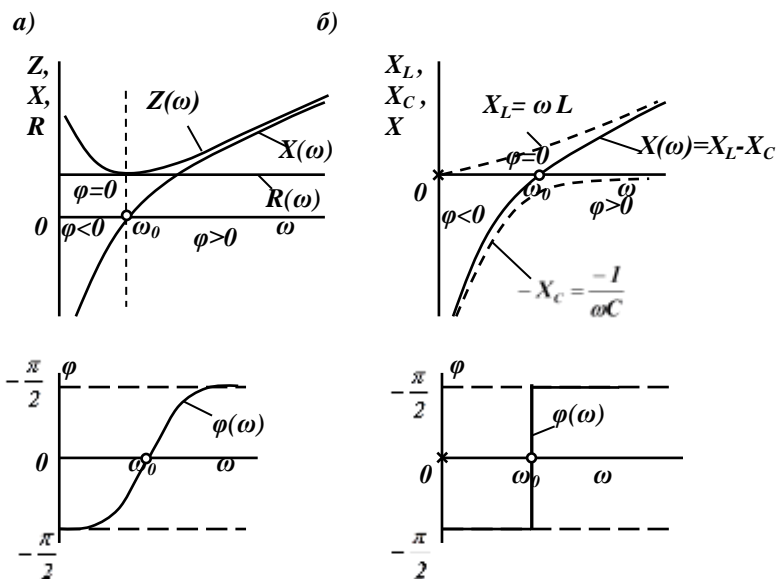


Рис. 3.2.

Таким чином, із збільшенням частоти величина X в алгебраїчному розумінні завжди зростає.

Слід відмітити, що в момент резонансу відбувається зміна характеру реактивного опору (рис. 3.2). Якщо при $\omega < \omega_0$ реактивний опір кола мав ємнісний характер ($X < 0, \varphi < 0$), то при $\omega > \omega_0$ він приймає індуктивний характер ($X > 0, \varphi > 0$). В окремому випадку, коли $R = 0$, на частоті $\omega = \omega_0$ відбувається стрибкоподібна зміна кута φ : від $+\pi/2$ до $-\pi/2$ (рис. 3.2, б).

Частотна характеристика $I(\omega)$ при $U = \text{const}$; $R = \text{const}$; $L = \text{const}$; $C = \text{const}$ виражається формулою [8]

$$I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

і зображується кривою, представленою на рис. 3.3, де також приведені частотні характеристики $U_C(\omega) = I(\omega) \times (1/\omega C)$ та $U_L(\omega) = I(\omega) \cdot \omega L$.

При $\omega = 0$ струм $I = 0$, тому що через ємність постійний струм не проходить, і, відповідно, вся прикладена напруга приходить на клемми конденсатора ($U_C = U$). При $\omega \rightarrow \infty$ струм $I = 0$, тому що опір індуктивності нескінченний, тобто вся напруга прикладається до клем котушки ($U_L = U$).

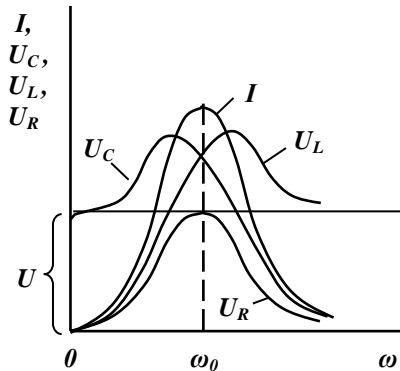


Рис. 3.3.

На частоті резонансу ($\omega = \omega_0$) маємо $|U_L| = |U_C|$ і, тому що напруги на котушці і на конденсаторі взаємно компенсуються, то вся напруга приходить на ділянку з опором R : $U_R = RI = U$.

Діаграма на рис. 3.3 приведена для випадку, коли затушення $d < 1$, внаслідок чого на частоті резонансу $U_C = U_L > U$ і максимум напруги U_C настає на частоті, яка менша ω_0 , тобто раніше максимуму I , тому що для одержання величини U_C необхідно помножити струм I на величину $1/\omega C$, яка зменшується з ростом частоти. Максимум напруги U_L досягається при частоті, більший від ω_0 , тобто після максимуму струму I , тому що для одержання величини U_L необхідно помножити струм I на зростаючу величину ωL .

Криві, які виражають залежність величин I , U_L та U_C від частоти і дають графічне зображення частотних характеристик кола, називають також резонансними кривими. Резонансними кривими називають також залежності цих величин від змінної частоти або від змінної ємності при незмінній частоті.

1.3. Резонанс при паралельному сполученні елементів G , L , C

Умовою резонансу при паралельному сполученні активної, індуктивної і ємнісної провідностей (рис. 3.4, а) є також відсутність зсуву фаз між струмом і напругою на вході кола.

Оскільки, повна провідність кола:

$$Y = G - iB = Ye^{-i\varphi}, \text{ де}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (1/\omega L - \omega C)^2};$$

$$\varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G} = \arctg \frac{B}{G},$$

то умова $\varphi = 0$ означає, що:

$$B = B_L - B_C = 0 \quad \text{або} \quad \frac{1}{\omega L} - \omega C = 0 \quad \text{чи} \quad \omega^2 LC = 1.$$

Таким чином, взаємна компенсація реактивних провідностей, при якій настає резонанс у даному колі, має місце, якщо або частота, або індуктивність, або ємність підібрані згідно з формулами:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}; \quad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

Отже, резонансу при паралельному сполученні можна досягти зміною частоти, індуктивності або ємності кола. Частота ω_0 є резонансною частотою.

При резонансі реактивна провідність кола B рівна нулю і повна провідність кола Y досягає мінімального значення. В результаті вхідний струм $I = UY$ при незмінній вхідній напрузі стає мінімальним, на відміну від резонансу при послідовному сполученні R, L, C , коли струм, навпаки, мав максимальне значення. Векторна діаграма для випадку резонансу струмів приведена на рис. 3.4, б).

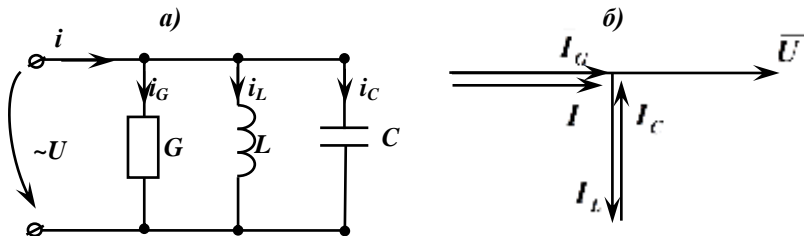


Рис. 3.4.

Тому що вектор загального струму \bar{I} визначається геометричною сумою векторів трьох струмів, два з яких \bar{I}_L й \bar{I}_C знаходяться в протифазі, то при резонансі можливі випадки, коли струми в інду-

ктивній котушці і в конденсаторі можуть переважати (іноді й набагато) сумарний струм у колі.

Збільшення значень струмів при резонансі в паралельно сполучених вітках зумовило назву – резонанс струмів.

Перевищення струмів у реактивних елементах над сумарним струмом кола має місце за умови

$$G < \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} = \sqrt{\frac{C}{L}} = \gamma.$$

Величина $\gamma = \sqrt{\frac{C}{L}}$, що має розмірність провідності, носить назву хвильової або характеристичної провідності контуру.

Відношення

$$\frac{I_{L0}}{I_0} = \frac{I_{C0}}{I_0} = \frac{U \omega_0 C}{UG} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{\gamma}{G} = Q,$$

яке визначає кратність перевищення струму в реактивній котушці і в конденсаторі над сумарним струмом при резонансі, називається добротністю контуру.

Як і раніше, величина $d = 1/Q$, обернена добротності, є затуханням контуру [6].

У паралельному G, L, C -колі при резонансі в довільний момент часу $i_L = -i_C$, а напруга є спільною і, оскільки $p_L = ui_L$, $p_C = ui_C$, то $p_L = -p_C$. Таким чином, відбуваються коливання енергії в колі. Енергія полів переходить із конденсатора в котушку і назад, не обмінюючись з джерелом, яке живить коло. Джерело енергії тільки компенсує втрати енергії у вітці з активною провідністю G .

1.4. Частотні характеристики паралельного G, L, C – кола

Залежності реактивних і повної провідностей кола та кута зсуву фаз φ між струмом і напругою від частоти приведені на рис. 3.5, а. В даному колі активна провідність G не залежить від частоти. Реактивна провідність (рис. 3.5, б):

$$B = B_L - B_C = \frac{1}{\omega L} - \omega C = \frac{C}{\omega} (\omega_0^2 - \omega^2)$$

має три характерні частоти – два полюси $\omega = 0$ і $\omega \rightarrow \infty$, при яких $B \rightarrow \infty$, і один нуль $\omega = \omega_0$, коли $B = 0$.

Як і в колі з послідовним сполученням R, L, C , так і в цьому випадку в момент резонансу відбувається зміна характеру реактивної провідності (рис. 3.5). Якщо при $\omega < \omega_0$ реактивна провідність мала індуктивний характер ($B > 0, \varphi > 0$), то при $\omega > \omega_0$ вона приймає ємнісний характер ($B < 0, \varphi < 0$). В частковому випадку, коли $G = 0$, при частоті $\omega = \omega_0$ відбувається стрибкоподібна зміна кута φ : від $+\pi/2$ до $-\pi/2$ (рис. 3.5, б).

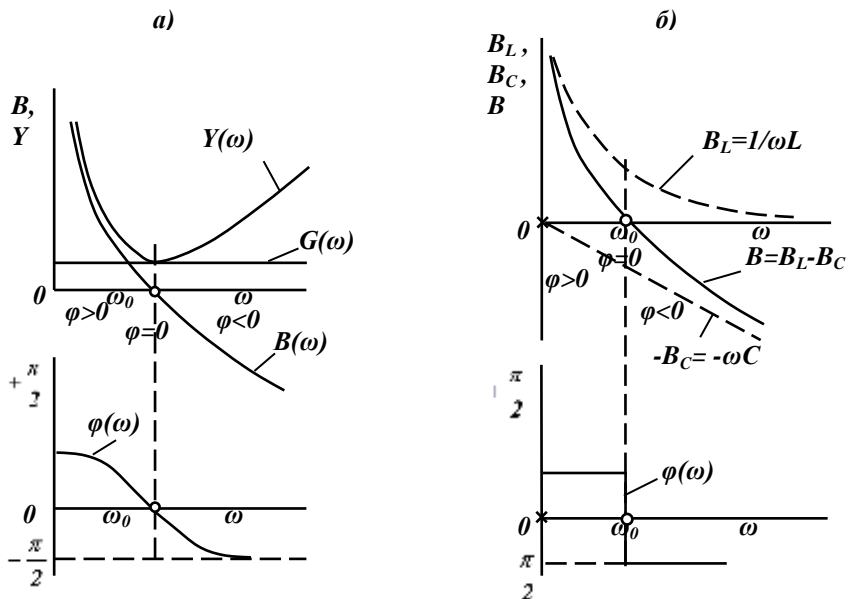


Рис. 3.5.

Частотна характеристика $U(\omega)$ при $I = \text{const}$; $G = \text{const}$; $L = \text{const}$; $C = \text{const}$ виражається формулою

$$U(\omega) = \frac{I}{\sqrt{G^2 + (1/\omega L - \omega C)^2}}$$

і зображується кривою, представленою на рис. 3.6, де також приведені частотні характеристики $I_L(\omega) = U(\omega) / \omega L$ та $I_C(\omega) = U(\omega) \times \omega C$ [8].

При $\omega = 0$ маємо $U = 0$, тому що реактивний опір котушки при постійному струмі рівний нулю і відповідно весь струм проходить через котушку ($I_L = I$). При $\omega \rightarrow \infty$ також $U = 0$, тому що при цьому ємнісний опір конденсатора падає до нуля і, відповідно, весь струм проходить через конденсатор ($I_C = I$). При частоті резонансу $\omega = \omega_0$ маємо $|I_C| = |I_L|$, і, тому що струми в котушці і в конденсаторі взаємно компенсуються, то весь струм I проходить через ділянку з провідністю G :

$$I_G = UG = I.$$

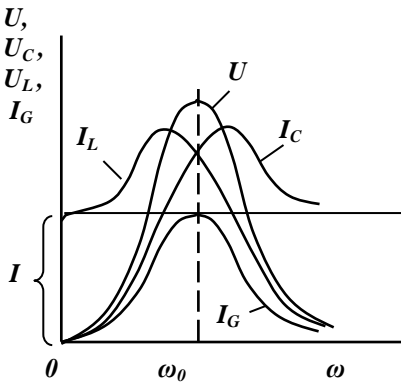


Рис. 3.6.

Діаграма на рис. 3.6 приведена для випадку $d < 1$, внаслідок чого при частоті резонансу ω_0 : $I_C = I_L > I$. Максимуми величин I_L й I_C не співпадають з максимумом напруги U з тих же причин, що й при резонансі напруг послідовного R, L, C — ко-

ла.

1.5. Практичне використання явища електричного резонансу

Явище резонансу широко використовують у радіоелектронних пристроях та в заводських промислових установках.

Генератори високої частоти, які широко використовуються в радіотехніці, мають в собі як основний елемент коливальний контур, в якому коливання струму і напруги відбуваються з резонансною частотою. Антени передавальних і приймальних радіостанцій разом з увімкненими в їх коло котушками або конденсаторами є також коливальними контурами, які настроюють в резонанс з частотою коливань струму в генераторі передавальної станції і з частотою коливань напруженостей поля в електромагнітній хвилі приймальної станції. Радіоприймачі мають в собі коливальні контури, які можуть настроюватись в резонанс на частоту однієї з передавальних радіостанцій, що дає можливість виділити в приймачеві цю передавальну радіостанцію з числа багатьох одночасно працюючих радіостанцій.

Явище резонансу використовується в радіотехніці також для ви-

мірювання частоти коливань (або довжини хвилі) електромагнітної хвилі за допомогою резонансних хвилемірів. Хвилемір містить в собі коливальний контур з градуйованою індуктивною котушкою, конденсатором і приладом, який вказує струм у контурі. Коливальний контур хвилеміра зв'язується індуктивно з контуром пристрою, в якому необхідно виміряти частоту струму. При плавній зміні ємності хвилеміра добиваються максимуму струму в контурі хвилеміра і за значенням індуктивності і ємності контуру роблять висновки про значення вимірюваної частоти.

Явище резонансу широко використовується також в інших пристроях електроавтоматики.

Компенсація індуктивної реактивної складової струму в потужних пристроях електроенергетичних систем за допомогою приєднаних паралельно до них конденсаторів або перезбуджених синхронних двигунів, по суті справи, також є засобом, при якому досягається резонанс.

Всі приведені приклади відносились до випадків, коли явище резонансу в електричному колі використовується для практичних цілей. Однак в тих випадках, коли явище резонансу виникає, не будучи спеціально передбаченим, воно може привести до небажаних наслідків. Особливо небезпечний в цьому відношенні резонанс при послідовному сполученні індуктивних і ємнісних елементів кола при його малому активному опорі, тому що при цьому на реактивних елементах можуть виникнути досить високі напруги.

Подібні явища можуть виникнути, наприклад, при підключенні до клем генератора або трансформатора довгої лінії передачі або кабелю, які не замкнуті на другому їх кінці на приймач енергії. Генератори і трансформатори мають велику індуктивність, а лінія і кабель – індуктивність і ємність. При відсутності активного навантаження затухання в кінці такої лінії невелике і легко можуть проявитись перенапруги, якщо частота сигналу в лінії близька до резонансної.

2. Завдання та приклади розв'язання

Для заданого електричного кола необхідно:

- вивести умову резонансу та визначити резонансну частоту для заданого електричного кола;
- визначити основні параметри резонансного контуру (характе-

ристичний та активний опори, добротність, смугу пропускання та затухання);

- визначити індуктивність додаткової котушки (або ємність додаткового конденсатора) та спосіб її підключення (послідовне чи паралельне) до основної котушки індуктивності чи конденсатора резонансного контуру для того, щоб він був настроєний на частоту вхідного сигналу.

Розрахункові схеми наведені на рис. 1.2, а індивідуальні значення параметрів схем відповідно до варіанту – в таблиці 1.1.

Приклад розв'язання завдання 3. Для заданого електричного кола (рис. 1.3) необхідно:

- вивести умову резонансу та визначити резонансну частоту для заданого електричного кола;

- визначити основні параметри резонансного контуру (характеристичний та активний опори, добротність, смугу пропускання та затухання);

- визначити індуктивність додаткової котушки (або ємність додаткового конденсатора) та спосіб її підключення (послідовне чи паралельне) до основної котушки індуктивності чи конденсатора резонансного контуру для того, щоб він був настроєний на частоту вхідного сигналу, якщо амплітуда, частота та початкова фаза вхідної напруги відповідно 20 В, 120 Гц та 20°, а параметри елементів схеми мають такі значення: $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 35 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$, $L = 50 \text{ мГн}$, $C = 40 \text{ мкФ}$.

1. Виведення умови резонансу та визначення резонансної частоти для електричного кола

Умовою резонансу є чисто активний опір електричного кола. Тому визначимо співвідношення для загального опору кола:

$$\begin{aligned}
 Z_{\Sigma}(i\omega) &= R_1 + \frac{\left(R_2 + \frac{1}{i\omega C}\right) \cdot \left(i\omega L + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_2 + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = \\
 &= R_1 + \frac{i\omega L R_2 + \frac{R_2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{L}{C} - i \frac{R_3 R_4}{\omega C (R_3 + R_4)}}{R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = R_1 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(i\omega LR_2 + \frac{R_2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{L}{C} - i \frac{R_3 R_4}{\omega C (R_3 + R_4)} \right) \cdot \left[R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} - i\omega L + \frac{i}{\omega C} \right]}{\left(R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + i\omega L - \frac{i}{\omega C} \right) \cdot \left(R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} - i\omega L + \frac{i}{\omega C} \right)} = \\
& = R_1 + \frac{\omega^2 L^2 R_2 + \frac{R_2^2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_2 R_3^2 R_4^2}{(R_3 + R_4)^2} + \frac{R_3 R_4}{\omega^2 C^2 (R_3 + R_4)}}{\left(R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} + \\
& + i \frac{\omega LR_2^2 - \frac{\omega L^2}{C} + \frac{L}{\omega C^2} - \frac{R_3^2 R_4^2}{\omega C (R_3 + R_4)^2}}{\left(R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \operatorname{Re}\{Z_\Sigma(i\omega)\} + i \operatorname{Im}\{Z_\Sigma(i\omega)\}.
\end{aligned}$$

Умовою виникнення резонансу є рівність нулю уявної складової повного опору кола $\operatorname{Im}\{Z_\Sigma(i\omega)\} = 0$, яка для заданого електричного кола має такий вигляд:

$$\omega_0 LR_2^2 - \frac{\omega_0 L^2}{C} + \frac{L}{\omega_0 C^2} - \frac{R_3^2 R_4^2}{\omega_0 C (R_3 + R_4)^2} = 0.$$

З останньої формули визначаємо резонансну частоту кола:

$$\omega_0^2 L \left(R_2^2 - \frac{L}{C} \right) = \frac{1}{C} \left(\frac{R_3^2 R_4^2}{(R_3 + R_4)^2} - \frac{L}{C} \right) \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{\frac{R_3^2 R_4^2}{(R_3 + R_4)^2} - \frac{L}{C}}{LC \left(R_2^2 - \frac{L}{C} \right)}}.$$

Обчислимо значення резонансної частоти кола:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\frac{35^2 \cdot 40^2}{(35 + 40)^2} - \frac{50 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-6}}}{50 \cdot 10^{-3} \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot \left(30^2 - \frac{50 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-6}} \right)}} = 1134.87 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Отримане значення резонансної частоти $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1134.87}{6.28} = 180.71$ Гц відрізняється від частоти вхідного сигналу 120 Гц.

2. Визначення основних параметрів резонансного контуру:

- характеристичний опір (обчислюємо за результатами розрахунку реактивної складової повного опору кола, отриманими на практичному занятті №1):

$$\rho = \frac{X(f)}{\left| \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right|} = \frac{6.946}{\left| \frac{120}{180.71} - \frac{180.71}{120} \right|} = 8.25 \text{ Ом};$$

- активний опір резонансного контуру на резонансній частоті:

$$r = r(i\omega_0) = R_1 + \frac{\omega_0^2 L^2 R_2 + \frac{R_2^2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_2 R_3^2 R_4^2}{(R_3 + R_4)^2} + \frac{R_3 R_4}{\omega_0^2 C^2 (R_3 + R_4)}}{\left(R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right)^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \right)^2} = 25 +$$

$$+ \frac{1134.87^2 \cdot 0.05^2 \cdot 30 + \frac{30^2 \cdot 35 \cdot 40}{35 + 40} + \frac{30 \cdot 35^2 \cdot 40^2}{(35 + 40)^2} + \frac{35 \cdot 40}{\left(1134.87 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \right)^2 \cdot 75}}{\left(30 + \frac{35 \cdot 40}{35 + 40} \right)^2 + \left(1134.87 \cdot 0.05 - \frac{1}{1134.87 \cdot 4 \cdot 10^{-5}} \right)^2} =$$

$$= 37.19 \text{ Ом};$$

- добротність резонансного контуру:

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{8.25}{37.19} = 0.2218;$$

- смуга пропускання резонансного контуру:

$$2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1134.87}{0.2218} = 5115.85 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

- затухання резонансного контуру:

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{1}{0.2218} = 4.509.$$

3. Визначення індуктивності або ємності додаткового реактивного елементу та способу його підключення до основного реактив-

ного елементу контуру для настроювання його в резонанс

Для настроювання контуру в резонанс на частоту вхідного сигналу 120 Гц будемо використовувати котушку індуктивності. Тоді необхідну індуктивність котушки L_{Σ} визначимо з такого рівняння, отриманого для визначення резонансної частоти:

$$\omega_{BX}^2 L_{\Sigma} C \left(R_2^2 - \frac{L_{\Sigma}}{C} \right) = \frac{R_3^2 R_4^2}{(R_3 + R_4)^2} - \frac{L_{\Sigma}}{C}.$$

Дане рівняння перетворюється у таке квадратне рівняння відносно індуктивності L_{Σ} :

$$\omega_{BX}^2 L_{\Sigma}^2 C - \left(1 + \omega_{BX}^2 C^2 R_2^2 \right) L_{\Sigma} + \frac{R_3^2 R_4^2 C}{(R_3 + R_4)^2} = 0.$$

Підставимо числові значення та розв'яжемо дане рівняння:

$$753.6^2 \cdot 40 \cdot 10^{-6} L_{\Sigma}^2 - \left(1 + \left(753.6 \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \right)^2 \right) L_{\Sigma} + \frac{35^2 \cdot 40^2 \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{(35 + 40)^2} = 0;$$

$$22.717 L_{\Sigma}^2 - 1.8178 L_{\Sigma} + 0.01394 = 0;$$

$$D = 1.8178^2 - 4 \cdot 22.717 \cdot 0.01394 = 2.0376;$$

$$L_{\Sigma 1,2} = \frac{1.8178 \pm \sqrt{2.0376}}{2 \cdot 22.717} = 71.42 \text{ мГн} \quad (8.59 \text{ мГн}).$$

Резонанс можливий при двох значеннях індуктивності котушки. Для настроювання контуру в резонанс на частоту вхідного сигналу вибираємо значення $L_{\Sigma} = 71.42 \text{ мГн}$. Тоді значення додаткової котушки індуктивності, яку необхідно включити послідовно з основною котушкою індуктивності контуру, буде дорівнювати

$$L_{\partial\partial\partial} = L_{\Sigma} - L = 71.42 - 50 = 21.42 \text{ мГн}.$$

Схема електричного кола, настроєного в резонанс на частоту вхідного сигналу, представлена на рис. 3.7.

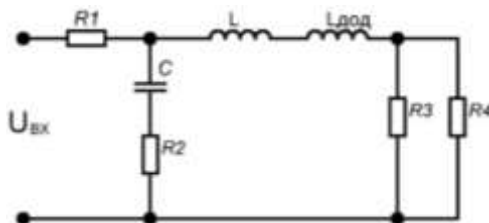


Рис. 3.7. Схема електричного кола, настроєного в резонанс на частоту вхідного сигналу

Практичне заняття №4

Тема: «Розрахунок частотних та часових характеристик електричних кіл».

Мета роботи: Навчитися проводити розрахунок частотних та часових характеристик електричних кіл.

1. Теоретичні відомості

1.1. Загальна характеристика методів

Будь-яке електричне коло, яке аналізується лише з позицій математичної залежності між його вихідним та вхідним сигналами як функціями часу, називається динамічною системою. Таким чином, динамічним є кожне лінійне електричне коло (ЛЕК).

Задачею математичного дослідження ЛЕК як динамічної системи є визначення реакції цієї системи $Y(t)$ на задану вхідну дію $X(t)$ або, що є більш простою задачею, знаходження деяких характеристик системи, які визначають її загальні властивості.

Основні методи математичного дослідження ЛЕК можна розділити на дві групи – часові методи та частотні методи.

Часові методи базуються на використанні диференціального рівняння ЛЕК, яке дозволяє визначити передаточну функцію кола та знайти такі важливі характеристики, як перехідна та імпульсна. Імпульсна характеристика кола дозволяє досліджувати процеси в колі за допомогою інтегралу згортки.

Частотні методи ґрунтуються на використанні частотних передаточних функцій кола (АЧХ та ФЧХ), а також на його частотних логарифмічних характеристиках (ЛАЧХ та ЛФЧХ).

1.2. Використання диференціальних рівнянь

Диференціальні рівняння широко використовуються при дослідженні процесів в ЛЕК неперервної дії, особливо в нелінійних системах та в системах зі змінними параметрами. Для лінійних систем з постійними параметрами розроблені більш зручні в практичному відношенні частотні методи [12].

Розглянемо загальний метод складання диференціального рівняння ЛЕК. Для кожного функціонального елемента системи у відповідності з його теорією складають диференціальне рівняння, яке зв'язує вихідний сигнал цього елемента з вхідним. В результаті отримують систему рівнянь, кількість яких дорівнює кількості функціональних елементів системи. В отриманій системі диференціальних рівнянь сигнали $X(t)$ та $Y(t)$ розглядаються як основні, а всі інші сигнали на вході та виході функціональних елементів системи – як проміжні. Виключивши з отриманої системи рівнянь всі проміжні сигнали, отримаємо рівняння, яке зв'язує основні сигнали $X(t)$ та $Y(t)$, тобто диференціальне рівняння ЛЕК.

Алгоритм виключення проміжних сигналів з системи диференціальних рівнянь є досить трудомістким. Спрощення цього алгоритму для лінійних систем досягається за рахунок використання передаточних функцій.

Розглянемо ЛЕК, яке має диференціальне рівняння

$$\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k Y(t)}{dt^k} = \sum_{i=0}^M b_i \frac{d^i X(t)}{dt^i}, \quad (4.1)$$

де M та N – цілі числа, при цьому $M \leq N$.

Введемо оператор диференціювання $p = \frac{d}{dt}$ і перепишемо співвідношення (4.1) у вигляді

$$\sum_{k=0}^N a_k p^k Y(p) = \sum_{i=0}^M b_i p^i X(p), \quad (4.2)$$

де $Y(p) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) e^{-pt} dt$ та $X(p) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) e^{-pt} dt$ – операторні зображення вихідного та вхідного сигналів системи відповідно.

Розділивши обидві частини рівняння (4.2) на диференціальний

поліном лівої частини $D_N(p) = \sum_{k=0}^N a_k p^k$, отримаємо

$$Y(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} X(p) = K(p) X(p), \quad (4.3)$$

де $K(p)$ – передавальна функція системи, яка відповідає диференціальному рівнянню (4.1); $R_M(p) = \sum_{i=0}^M b_i p^i$ – диференціальний поліном правої частини рівняння (4.2).

Таким чином, співвідношення (4.3) – це скорочена операторна форма запису диференціального рівняння системи (4.1).

Як відомо, загальне рішення $Y(t)$ диференціального рівняння (4.1) – це сума загального рішення $Y_B(t)$ однорідного рівняння [12]

$$\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k Y_B(t)}{dt^k} = 0,$$

отриманого з співвідношення (4.1), та частинного рішення $Y_{II}(t)$ неоднорідного рівняння (4.1), тобто

$$Y(t) = Y_B(t) + Y_{II}(t). \quad (4.4)$$

Загальне розв’язання однорідного рівняння $Y_B(t)$ визначає вільну складову вихідного сигналу ЛЕК, обумовлену початковим неузгодженням системи при відсутності зовнішньої дії. Частинне розв’язання $Y_{II}(t)$ неоднорідного рівняння визначає примусову складову вихідного сигналу ЛЕК, тобто реакцію кола на зовнішню дію при відсутності початкового неузгодження.

Загальне розв’язання однорідного рівняння при некрatних коренях характеристичного рівняння $\sum_{k=0}^N a_k p^k = 0$ має вигляд

$$Y_B(t) = \sum_{i=1}^H C_i e^{\lambda_i t}, \quad (4.5)$$

де λ_i ($i = \overline{1, H}$) – корені характеристичного рівняння системи; C_i – сталі коефіцієнти, які визначаються початковими умовами.

Початковими умовами називають значення функції $Y(t)$ та $H-1$ її перших похідних в момент часу $t=0$, тобто H значень $Y(0)$,

$Y'(0), \dots, Y^{(H-1)}(0)$, серед яких хоча б одне повинно відрізнятись від нуля. В іншому випадку всі $C_i = 0$ та вільне розв'язання відсутнє. Це означає, що до моменту часу $t = 0$ коло знаходиться у стані спокою.

Таким чином, загальне розв'язання однорідного рівняння $Y_B(t)$ шукають при нульових початкових умовах. Це розв'язання характеризує процеси в системі при відсутності зовнішньої дії та визначається початковими умовами. Вільна складова вихідного сигналу ЛЕК, що працює в нормальному режимі, при збільшенні часу затухає, тобто $Y_B(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$.

Частинне розв'язання неоднорідного рівняння $Y_{II}(t)$ шукають при нульових початкових умовах у відповідності з методикою, яка викладена в підручниках по диференціальних рівняннях. Воно однозначно визначається для кожного диференціального рівняння зовнішньою дією $X(t)$ та характеризує реакцію ЛЕК на цю дію.

Примусову або усталену складову вихідного сигналу кола з деякою точністю відтворює вхідний сигнал, тобто

$$Y_{II}(t) = X(t) + E(t), \quad (4.6)$$

де $E(t)$ – усталена помилка ЛЕК.

Кола або системи, примусова складова вихідного сигналу яких протягом часу затухає, називають стійкими. Стійкість – найважливіша властивість ЛЕК, яка має бути забезпечена в процесі проектування та налаштування системи. Нестійкі системи не можуть виконувати своїх функцій.

Система буде стійкою тільки тоді, коли всі дійсні корені характеристичного рівняння цієї системи від'ємні, а всі комплексно-спряжені корені цього рівняння мають від'ємні дійсні частини, тобто кожному від'ємному дійсному кореню відповідає складова вигляду $Ce^{-\alpha t}$, де $\alpha > 0$, а кожній парі комплексно-спряжених коренів з від'ємною дійсною частиною – складова вигляду $Ce^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$, де $\beta > 0$. Кожна з цих складових прямує до нуля при $t \rightarrow \infty$ та, відповідно, $Y_B(t)|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$, тобто система буде стійкою [12].

Таким чином, однорідне диференціальне рівняння ЛЕК дає можливість досліджувати найважливішу властивість системи – стій-

кість.

1.3. Використання передавальних функцій

Будемо вважати, що лінійне динамічне коло описується диференціальним рівнянням вигляду (4.1). Використовуючи пряме перетворення Лапласа до лівої та правої частин цього рівняння та враховуючи властивість лінійності цього перетворення, отримаємо

$$\sum_{k=0}^N a_k p^k Y(p) = \sum_{i=0}^M a_i p^i X(p), \quad \text{звідки}$$

$$Y(p) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i p^i}{\sum_{k=0}^N a_k p^k} X(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} X(p) = K(p)X(p), \quad (4.7)$$

де

$$K(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} = \frac{\sum_{i=0}^M b_i p^i}{\sum_{k=0}^N a_k p^k} = \frac{Y(p)}{X(p)} \quad (4.8)$$

– передавальна функція динамічного ЛЕК. Вона визначає відношення зображення за Лапласом відгуку системи до зображення за Лапласом вхідної дії. Як видно з співвідношення (4.8), передавальна функція лінійного динамічного ЛЕК є дробово-раціональною функцією змінної p .

Формально передавальна функція динамічного ЛЕК при заданому диференціальному рівнянні цієї системи визначається досить нескладно. Для цього достатньо записати рівняння (4.1) в операторній формі (4.2), а потім, розглядаючи символ p як змінну перетворення Лапласа, замінити в співвідношенні (4.1) часові функції $X(t)$ та $Y(t)$ їх операторними зображеннями $X(p)$ та $Y(p)$, тобто перейти до запису $Y(p) = K(p)X(p)$.

Таким чином, передавальна функція динамічного ЛЕК визначає в області зображень реакцію цієї системи на задану вхідну дію.

Після того, як у відповідності з (4.7) при заданій функції $X(p)$ знайдемо зображення $Y(p)$ відгуку системи, часову функцію $Y(t)$ визначають за допомогою зворотного перетворення Лапласа, тобто

$$Y(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} Y(p) e^{pt} dp.$$

На практиці зворотне перетворення Лапласа можна обчислити за допомогою лишків, тобто розкладання функції $Y(p)$ не елементарні дробі з наступним використання таблиць перетворень Лапласа.

1.4. Використання перехідної та імпульсної характеристик

Перехідна характеристика використовується для оцінки якості роботи ЛЕК в перехідному режимі. Ця характеристика є відгуком лінійної динамічної системи на одиничну ступінчасту функцію (функцію Хевісайда)

$$l(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0; \\ 1, & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

При заданому диференціальному рівнянні лінійної динамічної системи її перехідну характеристику найбільш зручно визначати таким чином. Записавши диференціальне рівняння в символічній формі та позначивши перехідну характеристику як $h(p)$, отримаємо

$$h(p) = K(p)l(p) = \frac{K(p)}{p}, \quad (4.10)$$

де $l(p) = \int_{-\infty}^{\infty} l(t) e^{-pt} dt = \frac{1}{p}$ – операторне зображення функції Хевісайда.

Перейшовши до часової області, отримаємо [12]

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{K(p)}{p} \right] = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{K(p)}{p} e^{pt} dp. \quad (4.11)$$

Необхідно зазначити, що перехідна характеристика як реакція на дію, що відрізняються від нуля лише при $t \geq 0$, дорівнює нулю при $t < 0$, тобто $h(t) = 0$ при $t < 0$. Типові перехідні характеристики ЛЕК наведені на рис. 4.1, при цьому криві на рис. 4.1, а, б відповідають стійкій системі, а криві на рис. 4.1, в, г – нестійкій.

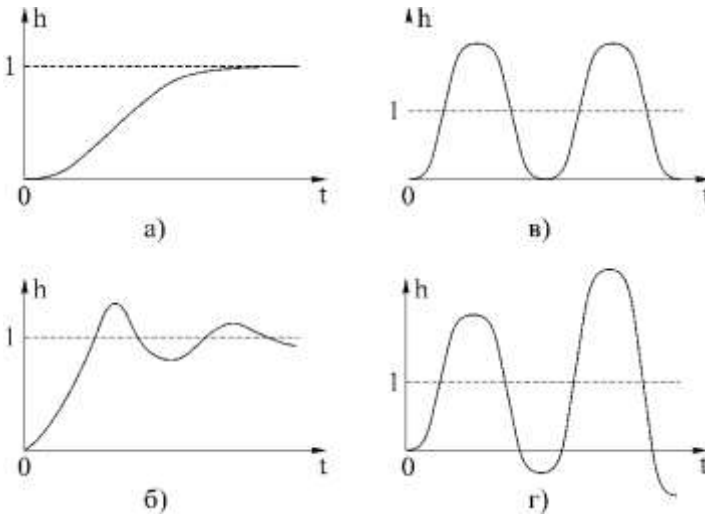


Рис. 4.1. Перехідні характеристики ЛЕК

Імпульсною характеристикою лінійного кола або системи називають відгук цієї системи на одиничну дельта-функцію (функцію Дірака), яка може бути визначена як похідна одиничної функції (функції включення):

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{нпу } t \neq 0; \\ \infty, & \text{нпу } t = 0, \end{cases} \quad (4.12)$$

при цьому $\int_{-\infty}^t \delta(t_1) dt_1 = 1(t)$ та $\int_{\beta}^{\alpha} \delta(t) dt = 1$ для будь-яких $\alpha > 0$ та $\beta > 0$. Таку функцію іноді називають ваговою функцією.

Дельта-функція має властивість фільтрування, що спрощує обчислення визначених інтегралів, до підінтегрального виразу яких ця функція входить як співмножник

$$\int_{t_1-a}^{t_1+b} f(t) \delta(t_1-t) dt = f(t_1) \quad (4.13)$$

при будь-яких $a > 0$ і $b \leq +\infty$ для будь-якої обмеженої функції $f(t)$. Крім того, для будь-якої обмеженої функції $f(t)$ виконується рівність $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$, якщо $f(0) \neq 0$, та $f(t)\delta(t) = 0$, якщо $f(0) = 0$.

Використовуючи співвідношення (4.8), операторне зображення імпульсної характеристики можна записати таким чином [12]:

$$g(p) = K(p)\delta(p) = K(p)p1(p) = K(p)p\frac{1}{p} = K(p), \quad (4.14)$$

де $\delta(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)e^{-pt} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dh(t)}{dt} e^{-pt} dt = 1$ – операторне зображення дельта-функції.

Для переходу в часову область необхідно використовувати зворотне перетворення Лапласа:

$$g(t) = L^{-1}[g(p)] = L^{-1}[K(p)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} K(p)e^{pt} dp. \quad (4.15)$$

З співвідношень (4.14) та (4.15) можна зробити висновок, що між перехідною та імпульсною характеристиками існує взаємно однозначний зв'язок

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \quad (4.16)$$

Оскільки імпульсна характеристика є реакцією динамічної системи на збудження, прикладене до її входу в момент часу $t = 0$ та відсутнє при $t < 0$, а будь-яка реальна система не може реагувати на вхідну дію до того, як вона потрапила на її вхід, то для будь-якої реальної динамічної системи $g(t) = 0$ при $t < 0$. Вимогу

$$g(t) = 0 \text{ при } t < 0 \quad (4.17)$$

називають умовою фізичної реалізованості системи. Тому в будь-якому окремому випадку, коли імпульсною характеристикою системи є деяка конкретна функція $f(t)$, що визначена для всіх t в інтервалі $-\infty \leq t \leq +\infty$ та не дорівнює нулю при $t < 0$, імпульсна характеристика визначається як

$$g(t) = \begin{cases} f(t), & \text{при } t \geq 0; \\ 0, & \text{при } t < 0, \end{cases} \quad (4.18)$$

або

$$g(t) = f(t)1(t). \quad (4.19)$$

Таким чином, на імпульсну характеристику фізично реалізованої динамічної системи примусово накладається обмеження (4.17).

1.5. Використання інтегралу згортки

Якщо відома імпульсна характеристика динамічної системи $g(t)$, то процес на виході цієї системи при довільному вхідному сигналі $X(t)$ визначається інтегралом Дюамеля або інтегралом згортки

$$Y(t) = \int_0^t g(t-\tau)X(\tau)d\tau, \quad (4.20)$$

де τ – змінна інтегрування.

Враховуючи, що $g(t-\tau)=0$ при $\tau > t$, іноді співвідношення (4.20) записують у вигляді

$$Y(t) = \int_0^{\infty} g(t-\tau)X(\tau)d\tau. \quad (4.21)$$

Відзначимо, що така форма запису інтеграла згортки для реальних систем є формальною, тому що для $\tau > t$ у відповідності з (4.17) підінтегральне співвідношення в (4.21) слід покласти рівним нулю, тобто інтегрування виконувати в межах $0 \leq \tau \leq t$.

Процес на виході системи, що визначається співвідношенням (4.20), складається з перехідної та усталеної складових.

Усталена складова може бути виділена з співвідношення (4.20), якщо нижню межу інтегрування покласти рівною $-\infty$. В цьому випадку від моменту $\tau \rightarrow -\infty$ прикладання зовнішньої дії $X(\tau)$ до входу системи до моменту часу $\tau = t$ процес в системі буде тривати нескінченно довго та перехідна складова повністю затухає. Тоді

$$Y_y(t) = \int_{-\infty}^t g(t-\tau)X(\tau)d\tau. \quad (4.22)$$

Співвідношення (4.22) часто записують у дещо іншому вигляді. Проведемо заміну змінних, поклавши $\tau_1 = t - \tau$. Тоді $\tau = t - \tau_1$, $d\tau = -d\tau_1$, $\tau_1 = 0$ при $t = \tau$; $\tau_1 \rightarrow +\infty$ при $\tau \rightarrow -\infty$. Враховуючи, що при взаємній заміні верхньої та нижньої меж інтегрування знак інтегралу змінюється, з (4.22) отримаємо [12]

$$Y_y(t) = \int_0^{\infty} g(\tau_1)X(t-\tau_1)d\tau_1. \quad (4.23)$$

В останньому співвідношенні, на відміну від (4.21), інтегрування виконують в межах $0 \leq \tau_1 \leq +\infty$. Цьому випадку відповідає зміна змінної τ в співвідношенні (4.22) в межах $(-\infty; t)$.

2. Завдання та приклад розв'язання

Для заданого електричного кола необхідно:

- визначити передавальні (операторну та комплексну) функції заданого електричного кола;
- визначити частотні (АЧХ та ФЧХ) характеристики електричного кола та побудувати їх графіки;
- визначити часові (перехідна та імпульсна) характеристики електричного кола та побудувати їх графіки.

Розрахункові схеми наведені на рис. 1.2, а індивідуальні значення параметрів схем відповідно до варіанту – в таблиці 1.1.

Приклад розв'язання завдання 4. Для заданого електричного кола (рис. 1.3) необхідно:

- визначити передавальні (операторну та комплексну) функції заданого електричного кола;
- визначити частотні (АЧХ та ФЧХ) характеристики електричного кола та побудувати їх графіки;
- визначити часові (перехідна та імпульсна) характеристики електричного кола та побудувати їх графіки, якщо параметри елементів схеми мають такі значення: $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 35 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$, $L = 50 \text{ мГн}$, $C = 40 \text{ мкФ}$.

1. Визначення операторної передавальної функції електричного кола та його частотних характеристик

Загальний опір електричного кола:

$$\begin{aligned} Z_{\Sigma}(p) &= R_1 + \frac{(R_2 + Z_C) \cdot \left(Z_L + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right)}{R_2 + Z_C + Z_L + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = \\ &= R_1 + \frac{\left(R_2 + \frac{1}{pC} \right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right)}{R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}. \end{aligned}$$

Напруга на послідовно з'єднаних конденсаторі та резисторі:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_{CR_2} &= \frac{\dot{U}_{BX}}{Z_{\Sigma}} \cdot Z_{R_2 R_3 R_4 LC} = \frac{\dot{U}_{BX}}{R_1 + \frac{\left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}} \times \\
&\times \frac{\left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = \\
&= \frac{\dot{U}_{BX} \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 \left(R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right) + \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}.
\end{aligned}$$

Вихідна напруга кола (напруга на резисторах R_3 та R_4):

$$\begin{aligned}
\dot{U}_{BHX} &= \dot{U}_{R_3 R_4} = \dot{U}_{CR_2} \cdot \frac{\frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}{pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = \frac{\frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}{pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} \times \\
&\times \frac{\dot{U}_{BX} \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}{R_1 \left(R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right) + \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)} = \\
&= \frac{\dot{U}_{BX} \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}{R_1 \left(R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right) + \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}.
\end{aligned}$$

Операторна передавальна функція електричного кола:

$$K(p) = \frac{\dot{U}_{BIX}}{\dot{U}_{BX}} = \frac{\left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}{R_1 \left(R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right) + \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}.$$

Перетворимо формули для операторної передавальної функції:

$$\begin{aligned} K(p) &= \frac{\left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}{R_1 \left(R_2 + \frac{1}{pC} + pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right) + \left(R_2 + \frac{1}{pC}\right) \cdot \left(pL + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)} = \\ &= \frac{\frac{R_2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_3 R_4}{pC(R_3 + R_4)}}{R_1 R_2 + \frac{R_1}{pC} + pLR_1 + \frac{R_1 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + pLR_2 + \frac{R_2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{L}{C} + \frac{R_3 R_4}{pC(R_3 + R_4)}} = \\ &= \frac{p \frac{R_2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_3 R_4}{C(R_3 + R_4)}}{p^2 L(R_1 + R_2) + \left(R_1 R_2 + \frac{R_3 R_4(R_1 + R_2)}{R_3 + R_4} + \frac{L}{C}\right)p + \frac{1}{C} \left(R_1 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}\right)}. \end{aligned}$$

Підставивши числові значення елементів схеми, отримаємо:

$$\begin{aligned} K(p) &= \frac{\frac{30 \cdot 35 \cdot 40}{35 + 40} p + \frac{35 \cdot 40}{40 \cdot 10^{-6} \cdot 75}}{0.05 \cdot 55 \cdot p^2 + \left(25 \cdot 30 + \frac{35 \cdot 40 \cdot 55}{75} + \frac{50 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-6}}\right)p + \frac{25 + \frac{35 \cdot 40}{75}}{40 \cdot 10^{-6}}} = \\ &= \frac{560p + 466667}{2.75p^2 + 3026.67p + 1091667} = \frac{203.636p + 169697}{p^2 + 1100p + 396970}. \end{aligned}$$

Замінімо оператор Лапласа p на комплексну частоту $i\omega$ та отримаємо комплексну передавальну функцію:

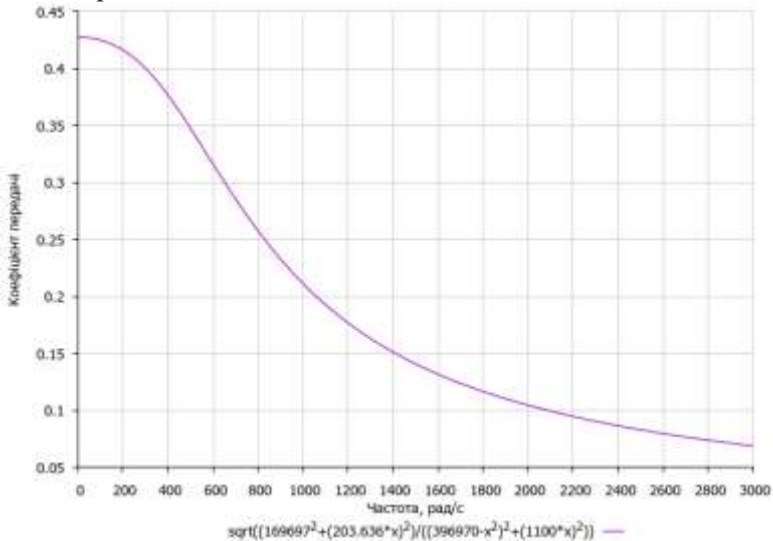
$$K(i\omega) = \frac{i203.636\omega + 169697}{-\omega^2 + i1100\omega + 396970} = \frac{i203.636\omega + 169697}{396970 - \omega^2 + i1100\omega}.$$

Формули, які описують АЧХ і ФЧХ електричного кола:

$$K(\omega) = |K(i\omega)| = \sqrt{\frac{169697^2 + (203.636\omega)^2}{(396970 - \omega^2)^2 + (1100\omega)^2}};$$

$$\varphi(\omega) = \arg[K(i\omega)] = \arctg 0.0012\omega - \arctg \frac{1100\omega}{396970 - \omega^2}.$$

За отриманими співвідношеннями будуємо графіки для АЧХ і ФЧХ електричного кола.



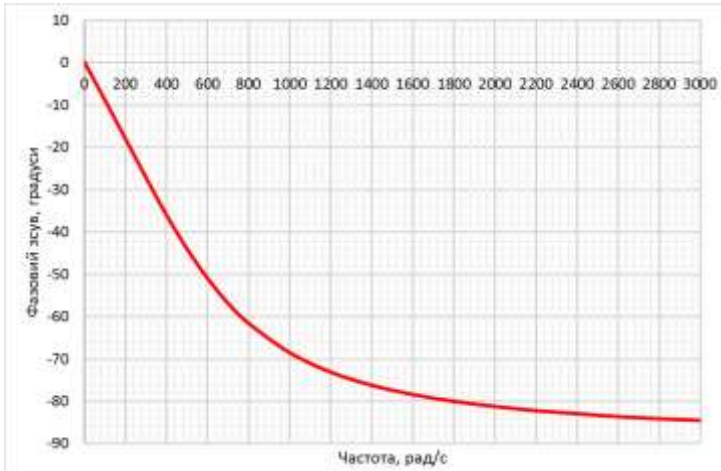


Рис. 4.2. Графіки АЧХ та ФЧХ електричного кола

Перевіримо результати розрахунків вихідної напруги кола на частоті 753.6 рад/с за результатами виконання практичного заняття №1:

$$\dot{U}_{R_3} = \dot{U}_{R_4} = \dot{U}_{ВИХ} = 5.4022 \cdot e^{-i39.5^\circ} \text{ (В)};$$

$$K(i\omega) = \frac{\dot{U}_{ВИХ}}{\dot{U}_{ВХ}} = \frac{5.4022 \cdot e^{-i39.5^\circ}}{20 \cdot e^{i20^\circ}} = 0.2701 \cdot e^{-i59.5^\circ}.$$

За частотними характеристиками отримуємо такі результати:

$$K(753.6) = \frac{169697^2 + (203.636 \cdot 753.6)^2}{\sqrt{(396970 - 753.6^2)^2 + (1100 \cdot 753.6)^2}} = 0.2703;$$

$$\varphi(753.6) = \arctg 0.0012 \cdot 753.6 - \arctg \frac{1100 \cdot 753.6}{396970 - 753.6^2} = -59.53^\circ.$$

Отримані результати дуже добре збігаються з попередніми і свідчать про вірність і високу точність проведених розрахунків.

2. Визначення часових характеристик електричного кола

Операторна передавальна функція електричного кола:

$$K(p) = \frac{p \frac{R_2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_3 R_4}{C(R_3 + R_4)}}{p^2 L(R_1 + R_2) + \left(R_1 R_2 + \frac{R_3 R_4 (R_1 + R_2)}{R_3 + R_4} + \frac{L}{C} \right) p + \frac{1}{C} \left(R_1 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right)}.$$

Операторне зображення перехідної характеристики кола:

$$h(p) = \frac{K(p)}{p} = \frac{p \frac{R_2 R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_3 R_4}{C(R_3 + R_4)}}{p \left[p^2 L(R_1 + R_2) + \left(R_1 R_2 + \frac{R_3 R_4 (R_1 + R_2)}{R_3 + R_4} + \frac{L}{C} \right) p + \frac{1}{C} \left(R_1 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right) \right]}.$$

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$h(p) = \frac{560p + 466667}{p(2.75p^2 + 3026.67p + 1091667)} = \frac{203.636p + 169697}{p(p^2 + 1100p + 396970)}.$$

Перехідну характеристику як функцію часу визначимо за допомогою теореми Лапласа (теорема про лишки).

$$N(p) = 203.636p + 169697; \quad Q(p) = p^3 + 1100p^2 + 396970p;$$

$$Q'(p) = 3p^2 + 2200p + 396970;$$

$$Q(p) = p(p^2 + 1100p + 396970) = 0;$$

$$D = 1100^2 - 4 \cdot 396970 = -377880;$$

$$p_1 = 0; \quad p_{2,3} = \frac{-1100 \pm \sqrt{-377880}}{2} = -550 \pm i307.36.$$

Тоді перехідна характеристика як функція часу запишеться так:

$$\begin{aligned}
h(t) &= \sum_{i=1}^3 \frac{N(p)}{Q'(p)} \cdot e^{pt} \Big|_{p=p_i} = \sum_{i=1}^3 \frac{203.636p + 169697}{3p^2 + 2200p + 396970} \cdot e^{pt} \Big|_{\substack{p_1=0 \\ p_{2,3}=-550 \pm i307.36}} = \\
&= \frac{169697}{396970} + \frac{[203.636 \cdot (-550 + i307.36) + 169697] \cdot e^{(-550 + i307.36)t}}{3 \cdot (-550 + i307.36)^2 + 2200 \cdot (-550 + i307.36) + 396970} + \\
&\quad + \frac{[203.636 \cdot (-550 - i307.36) + 169697] \cdot e^{(-550 - i307.36)t}}{3 \cdot (-550 - i307.36)^2 + 2200 \cdot (-550 - i307.36) + 396970} = \\
&= 0.4275 + \frac{57697 + i62590}{-188940 - i338096} \cdot e^{-550t} \cdot e^{i307.36t} + \frac{57697 - i62590}{-188940 + i338096} \cdot \\
&\quad \cdot e^{-550t} \cdot e^{-i307.36t} = 0.4275 + \frac{85126 \cdot e^{i47.3^\circ}}{387308 \cdot e^{i240.8^\circ}} \cdot e^{-550t} \cdot e^{i307.36t} + \\
&\quad + \frac{85126 \cdot e^{-i47.3^\circ}}{387308 \cdot e^{i119.2^\circ}} \cdot e^{-550t} \cdot e^{-i307.36t} = 0.4275 + 0.2198 \cdot e^{-550t} \cdot \\
&\quad \cdot e^{i(307.36t - 193.5^\circ)} + 0.2198 \cdot e^{-550t} \cdot e^{-i(307.36t - 193.5^\circ)} = 0.4275 + 0.2198 \cdot e^{-550t} \cdot \\
&\quad \cdot \left(e^{i(307.36t - 193.5^\circ)} + e^{-i(307.36t - 193.5^\circ)} \right) = 0.4275 + 0.2198 \cdot e^{-550t} \cdot \\
&\quad \cdot 2 \cos(307.36t - 193.5^\circ) = 0.4275 + 0.4396 \cdot e^{-550t} \cdot \cos(307.36t - 193.5^\circ) (B).
\end{aligned}$$

Графік перехідної характеристики електричного кола як функції часу наведений на рис. 4.3.

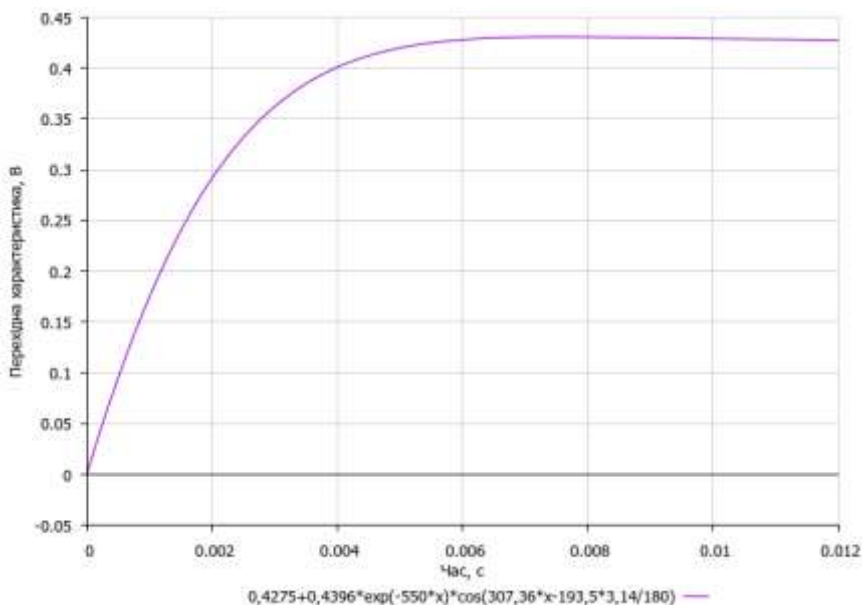


Рис. 4.3. Графік перехідної характеристики електричного кола

Імпульсна характеристика електричного кола визначається як похідна за часом від перехідної характеристики:

$$\begin{aligned}
 g(t) &= \frac{dh(t)}{dt} = \left(0.4275 + 0.4396 \cdot e^{-550t} \cdot \cos(307.36t - 193.5^\circ) \right)' = \\
 &= -0.4396 \cdot 550 \cdot e^{-550t} \cos(307.36t - 193.5^\circ) - \\
 &\quad - 0.4396 \cdot 307.36 \cdot e^{-550t} \sin(307.36t - 193.5^\circ) = \\
 &= -e^{-550t} \left(241.78 \cos(307.36t - 193.5^\circ) + 135.12 \sin(307.36t - 193.5^\circ) \right) = \\
 &= -e^{-550t} \sqrt{241.78^2 + 135.12^2} \sin \left(307.36t - 193.5^\circ + \arctg \frac{135.12}{241.78} \right) = \\
 &= 276.97 \cdot e^{-550t} \sin(307.36t + 15.7^\circ) \text{ (В/с)}.
 \end{aligned}$$

Графік імпульсної характеристики електричного кола як функції часу наведений на рис. 4.4.

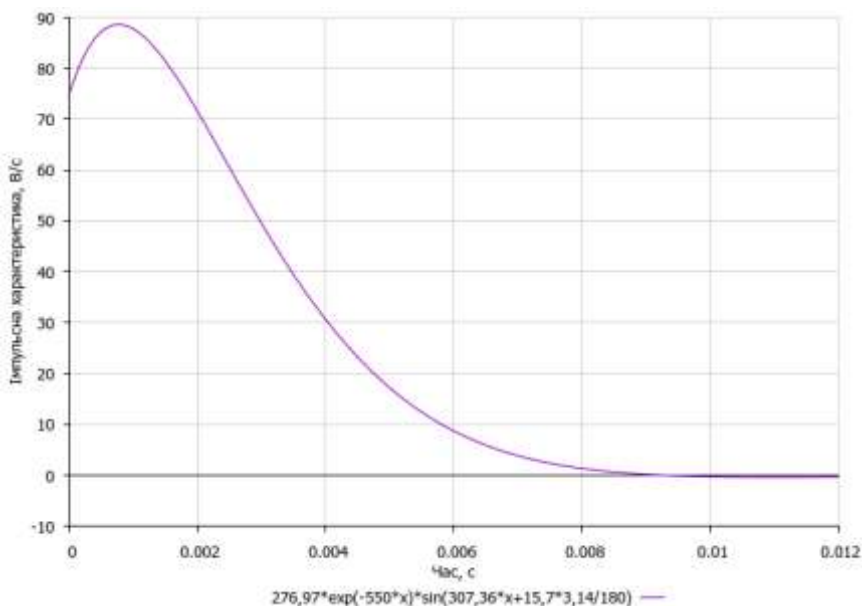


Рис. 4.4. Графік імпульсної характеристики електричного кола

Частотні та часові характеристики електричного кола визначені вірно, тому що виконуються такі співвідношення:

$$K(0) = h(\infty) = 0.4275 ;$$

$$K(\infty) = h(0) = 0.$$

3. Контрольні питання

1. На чому базуються часові та частотні методи аналізу лінійних динамічних кіл?
2. Для описання яких ЛЕК зручно користуватися диференціальними рівняннями?
3. Як визначається загальне розв'язання диференціального рівняння, яке описує ЛЕК?
4. Як за диференціальним рівнянням проаналізувати стійкість лінійного динамічного кола?
5. Що таке передавальна функція динамічного ЛЕК?
6. Як формально отримати передавальну функцію динамічного ЛЕК, якщо відомо диференціальне рівняння цього кола?
7. За допомогою яких математичних методів можна обчислити

зворотне перетворення Лапласа?

8. Визначте відгук запропонованого динамічного ЛЕК на задану вхідну дію.

9. Що таке імпульсна та перехідна характеристики динамічних ЛЕК і який зв'язок між ними існує?

10. Як зв'язані імпульсна та перехідна характеристики з передавальною функцією динамічного ЛЕК?

11. В чому полягає умова фізичної реалізованості ЛЕК?

12. Визначте імпульсну та перехідну характеристики запропонованого динамічного кола.

13. Поясніть використання інтегралу згортки для описання лінійних неперервних динамічних кіл.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гумен М. Б., Гуржій А. М., Співак В. М. Основи теорії електричних кіл. Аналіз лінійних електричних кіл. Частотна область : підручник. Київ : Вища школа, 2004. 358 с.

2. Основи теорії електронних кіл : підручник / Бобало Ю. Я., Мандзій Б. А., Стахів П. Г., Писаренко Л. Д., Якименко Ю. І. Львів : Магнолія Плус, 2008. 332 с.

3. Панащевний Б. І., Свергун Ю. Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум : підручник. Київ : Каравела, 2018. 296 с.

4. Теоретичні основи електротехніки : підручник. Т. 1. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами / В. С. Бойко, В. В. Бойко, Ю. Ф. Видолоб, І. М. Чиженко. Київ : Політехніка, 2004. 272 с.

5. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники : учебник. Москва : Высшая школа, 1973. 752 с.

6. Рудик А. В. Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (розділ «Лінійні кола синусоїдального струму») для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної і заочної форм навчання. Рівне : НУБГП, 2016. 50 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-03-161.html>

7. Рудик А. В. Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» (розділ «Лінійні паси-

вні чотириполосники») для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної і заочної форм навчання : методичні вказівки. Рівне : НУВГП, 2016. 20 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-03-163.html>

8. Рудик А.В. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи № 2 з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» для студентів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної і заочної форм навчання : методичні вказівки. Рівне : НУВГП, 2016. 37 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-03-165.html>

9. Давиденко, В. А., Василець, С. В., Рудик, А. В., Давиденко Н. В., Кулик, Н. І., Літковець, С. П. (2019). ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА «Smart-енергетика та електромобільність» Першого рівня вищої освіти за спеціальністю № 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» галузі знань № 14 «Електрична інженерія». Кваліфікація: інженер-електрик. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/17086/>

10. Василець, С. В., Рудик, А. В., Давиденко, В. А., Давиденко Н. В., Кулик, Н. І., Літковець, С. П. (2019). ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» Першого рівня вищої освіти за спеціальністю № 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» галузі знань № 14 «Електрична інженерія». Кваліфікація: інженер-електрик. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/17087/>

11. Рудик, А. В. (2018) РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «Теоретичні основи електротехніки» 1, 2, 3 ч. для студентів, які навчаються за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Program of the Discipline «Theoretical basis of electrical engineering» 1, 2, 3 parts. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/8506/>

12. Рудик А. В. Радіоавтоматика. Ч. 1. Лінійні системи радіоавтоматики : навч. посіб. Вінниця : ВДТУ, 2001. 158 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/9544/>